II. DOSSIER SCIENTIFIQUE 2001–2004

II.1. Rapport scientifique concis et utilisation des crédits des quatre dernières années

II.1.1. Bilan scientifique

A. Composition du Laboratoire

Le Laboratoire de Mathématiques de Lens (LML) se compose de trois équipes internes : "Algèbre", "Analyse" et "Géométrie". Il est Equipe d'Accueil EA 2462 depuis 1998 (sous la dénomination Laboratoire de Géométrie-Algèbre pendant la période 1998–2002), après avoir été équipe propre de l'Université d'Artois depuis sa création en 1992. Sa composition est la suivante.

a. Equipe d'Algèbre

Professeurs : Nikita KARPENKO – André LEROY – Pasquale MAMMONE.
Maîtres de Conférences : Jérôme BURÉSI – Ahmed LAGHRIBI (membre du LML de septembre 2000 à décembre 2002 comme ATER, puis PRAG ; membre statutaire depuis septembre 2004).
Doctorants : Jonathan DELENCLOS, Allocataire-Moniteur – Jean-Charles DUPRIEZ, Professeur Agrégé dans le Secondaire.

b. Equipe d'Analyse

Professeur : D. LI.
Maîtres de Conférences : Fabrice DERRIEN – Pascal LEFÈVRE.
Membre associé : Elmouloudi ED-DARI. Docteur (2003).
Doctorant : Emmanuelle LAVERGNE, Allocataire-Monitrice.

c. Equipe de Géométrie

Professeurs : Martintxo SARALEGI-ARANGUREN – Armando TREIBICH.
Maîtres de Conférences : Amine M. EL GRADECHI – Abdelghani EL MAZOUNI – Pierre GHIENNE (membre du LML à partir de septembre 2002) – Pascal LAMBRECHTS (membre du LML jusqu'à octobre 2001 ; situation actuelle : Chercheur au FNRS à Louvain-la-Neuve, Belgique) – Sarah WHITEHOUSE (membre du LML jusqu'à septembre 2003 ; en détachement de septembre 2002 à septembre 2003 ; situation actuelle : enseignante-chercheur à Sheffield University, Angleterre).
Membre associé : Pierre FLÉDRICH, Professeur Agrégé dans le Secondaire, Docteur (2003).
Doctorant : Martial BOURLIAUD, Professeur Agrégé dans le Secondaire.

B. Recrutements

La baisse des effectifs étudiants, et la refonte des maquettes d'enseignement, dans lesquelles les Mathématiques prennent moins de place, ne nous ont pas permis d'avoir de création de postes. Pendant la période 2001–2004, nous n'avons effectué que deux recrutements de Maîtres de Conférences, l'un en septembre 2002, l'autre en septembre 2004. Il s'agissait dans les deux cas de pourvoir des postes vacants suite à des départs.

Pour le premier recrutement, nous avions choisi de rester dans la thématique de l'enseignant-chercheur partant. Pour le second, nous avons donné la priorité à la thématique des Formes Quadratiques, et renforcé l'équipe qui, autour de N. Karpenko, membre junior de l'IUF, est notre axe prééminent, en recrutant un candidat dont la qualité est déjà reconnue (Habilité à Diriger des Recherches, et qualifié aux fonctions de professeur).

C. Encadrement doctoral

Dans le précédent rapport, faisant le bilan du Contrat Quadriennal 1998–2001, nous avions mis l'accent sur l'augmentation très significative du nombre de publications par enseignant-chercheur, en faisant remarquer que pendant la période précédente, l' effectif du Laboratoire était fort réduit, et que ses membres avaient dû faire un gros effort pour mettre en place les enseignements et assurer les cours.

Nous constatons pour la période 2001–2004 le maintient du niveau de publications, tant en quantité qu'en qualité ; mais en plus, nous avons un encadrement doctoral actif, qui a commencé pendant le précédent contrat, et qui a abouti à la soutenance de plusieurs thèses dirigées par des membres du Laboratoire ([T 1], [T 2], [T 3], [T 4], [T 5], [T 6], [T 7]), dont deux soutenues à l'Université d'Artois ([T 3], [T 5]), et une en co-tutelle Université d'Artois-Universidad Central de Venezuela ([T 6]). Plusieurs autres thèses sont en cours ou débutent ([T 8], [T 9], [T 10], [T 11], [T 12], [T 13], [T 14]).

D. Relations nationales et internationales

a. Relations nationales

Au niveau régional

Nos relations avec les Laboratoires de Mathématiques de la Région ont toujours été très fortes. Il est d'ailleurs envisagé de demander à très court terme une Fédération (FR) regroupant nos laboratoires.

Concrètement :

• La Biblothèque Régionale de Recherche en Mathématiques (B2RM) permet d'offrir aux chercheurs de la région les services d'une grande bibliothèque : périodiques, livres de recherche, et des services internet, notamment de documentation en ligne. Elle a été créée en 2000 et est implantée au sein du Laboratoire Paul Painlevé, à Lille. Nous participons à la B2RM, financièrement d'une part, en lui versant 8% de notre budget de fonctionnement, mais aussi, à travers la BU de l'Université d'Artois, à Lens, par l'abonnement à des revues internationales de très bon niveau, mais non présentes à Lille, ainsi que par la constitution d'un fonds d'ouvrages de recherche. Les revues présentes à Lens sont référencées à la B2RM et sur son site internet.

• Trois séminaires hebdomadaires sont co-organisés par le Laboratoire Paul Painlevé et par le Laboratoire de Mathématiques de Lens, avec une participation financière du LML : Séminaire de Topologie Algébrique ([Sém 4]), Séminaire de Physique Mathématique ([Sém 3]), et Séminaire d'Analyse Fonctionnelle ([Sém 2]).

• Les quatre universités du Nord–Pas-de-Calais sont co-habilitées pour le Master 2 Recherche en Mathématiques Pures (et précédemment le DEA de Mathématiques Pures). Récemment, nous y avons donné les cours suivants :

- N. Karpenko (2001) : *Groupes algebriques sur corps quelconques.*
- A. Leroy (2001) : *Anneaux non-commutatifs, representations de groupes d'algbres de Hopf.*
- N. Karpenko (2004) : *Méthodes géométriques dans la théorie algébrique des formes quadratiques.*
- P. Lefèvre et D. Li (pour la moitié, avec H. Queffélec, 2004) : *Espaces de fonctions holomorphes et leurs opérateurs* (P. Lefèvre : *Panorama sur différentes classes d'opérateurs* ; D. Li : *Six leçons sur l'interpolation*).

• Un colloque international : *Courbes spectrales et systèmes intégrables* a été co-organisé par l'Université d'Artois (A. Treibich) et l'Université de Lille 1, en juin 2003 ([Org 4]).

Nous avons des relations très étroites aussi avec les universités de Mons et de Louvain-la-Neuve. Nous pouvons citer :

• Co-organisation d'un séminaire d'Algèbre mensuel tournant "Lens–Louvain-la-Neuve–Mons" ([Sém 1]).

• Une thèse soutenue à Mons a été co-dirigée par un membre (A. Leroy) de notre Laboratoire ([T 1]).

• Des cours de $3^{ème}$ cycle donnés à Mons :

- P. Mammone (2002 et 2004) : *Algèbres à involution et formes quadratiques.*

• Co-organisation à Mons en 2004 d'une jounée en l'honneur de P. van Praag (P. Mammone).

Au niveau national

Nous participons à plusieurs GDR :

• GDR 144 *Structures géométriques et méthodes algébrico-topologiques* (ex Séminaire Sud-Rhodanien de géométrie). Années 2001–2004 ([Rés 5]) ;

• GDR 1100 *Topologie Algébrique.* Années 2001–2004 ([Rés 6]) ;

• GDR 2432 *Algèbre non commutative et théorie des invariants en théorie des représentations.* Années 2002–2006 ([Rés 7]) ;

• GDR 2753 *Analyse Fonctionnelle et Harmonique et Applications.* Années 2004–2007 ([Rés 8]), faisant suite au GDR 2101 *Analyse Fonctionnelle et Harmonique*, années 2000–2003 ([Rés 4]). Nous avons organisé en septembre 2003 les journées annuelles de ce GDR ([Org 6]).

b. Relations internationales

1) Nous participons ou avons participé à plusieurs réseaux européens :

• Réseau “*Network Modern Homotopy Theory*” EEC-HPRN-CT-1999-0019, regroupant des Universités de Belgique, du Danemark, d'Espagne, de France et de Grande-Bretagne. Années 2001–2003 ([Rés 1]).

• EU Research Training Network “*Classical analysis, operator theory, geometry of Banach spaces, their interplay, and their applications*”, regroupant des universités d' Autriche, Espagne, France, Grande-Bretagne, Irlande, Israël, Pays-Bas, Russie, Suède. Années 2001–2004 ([Rés 2]) ;

• RTN Network HPRN-CT-2002-00287 “*Algebraic K-Theory, Linear Algebraic Groups and Related Structures*”. Octobre 2002– octobre 2006 ([Rés 3]).

2) Nous participons ou avons participé aux actions bilatérales suivantes :

• Action CNRS Grices “*Catégorie de Lusternik-Schnirelmann*” avec l'Université de Braga (Portugal). Participant du LML: P. Ghienne. Année 2003–2004 ([Rés 9]).

• Projet Picasso avec l'Universidad de Sevilla, l'Université Besançon, l'Université de Lille 1, et l'Université Paris VI. Responsable fançais : P. Lefèvre. Années 2002 et 2003 ([Rés 10]). Les articles [ACL 21], [ACL 39], [ACL 31] ont été réalisés dans le cadre de ce projet.

• Projet Picasso avec l'Universidad del País Vasco - Euskal Herriko Unibertsitatea, l'Universidad de Santiago et l'Universidad Politécnica de Catalunya : “*Singularités dans les feuilletages et dans les structures de Poisson*”. Responsable franąis : A. El Gradechi, P. Lambrechts, M. Saralegui. Années 2001 et 2002 ([Rés 11]).

• Projet de recherche UPV-EHU 127.310-E-14790/2002 de l'Universidad del País Vasco - Euskal Herriko Unibertsitatea : “*Sistémas dinámicos : laminaciones por grafos y mosaicos, foliaciones riemannianas y acciones simplécticas*”. Responsable français: M. Saralegui. Années 2003 et 2004 ([Rés 12]).

• Projet du Ministerio de Ciencias y Tecnología (Espagne). “*Dinámica topológica, teoría ergódica y geometría no conmutativa de laminaciones y sistémas dinámicos*”. Membre participant : M. Saralegui. Année 2003 ([Rés 13]).

La thèse [T 2] de J.-I. Royo-Prieto, co-dirigée par M. Saralegui et M. Macho-Stadler, de l'Université du Pays Basque, a été partiellement financée par ces trois derniers projets.

• Projet ECOS-Nord V00M01 avec l'Universidad Central de Venezuela : “*Cohomologie des actions du cercle sur des pseudovariétés stratifiées.*” Responsable français : M. Saralegui. Années 2001–2004 ([Rés 14]). La thése en co-tutelle de G. Padilla ([T 6]) et celle de F. Damagro ([T 7]), toutes deux co-dirigées par M. Saralegui, ont été partiellement financées par ce projet.

3) A. Treibich a mis sur pied, à la suite de plusieurs voyages d'étude en Uruguay et en Argentine, une convention-cadre entre l'Université de Montevideo (Uruguay), l'Université d'Artois, et l'Université de Lille 1 ; il souhaite pouvoir mettre en place une convention tri-partite, avec de plus l'Université de Buenos-Aires (Argentine). Dans cette optique, A. Pereyra (Montevideo, Uruguay) est venu comme invité pour trois mois en 2004. Avec A. Treibich, ils ont élaboré un plan

de développement possible entre l'Uruguay, la France et l'Argentine, dans le cadre des conventions mises en place (ou en train de l'être). Plus précisément, ils voudraient trouver des axes de recherche, à la fois, intéressants mais pas trop développés ailleurs, dans lesquels ils pourraient interagir en profitant de leur complémentarité. Il s'agirait, forcément, d'un axe de recherche dans un ou plusieurs des domaines suivants :
- Systèmes algébriquement complètement intégrables ;
- Courbes projectives et leurs variétés jacobiennes ;
- Fonctions thêta de Riemann et les équations aux dérivées partielles ou aux différences associées ;
- Solitons elliptiques de Korteweg-de Vries et opérateurs de Schrödinger ;
- Equation de Yang-Baxter, représentations des algèbres de Sklyanin.

Ils ont également travaillé pendant ce séjour sur le programme et le déroulement possible d'un cours sur les Surfaces de Riemann et l'équation de Yang-Baxter, de niveau Maîtrise "*Vacuum curves and Yang-Baxter equations*," qu'ils comptent ouvrir au Centro de Matemática de Montevideo (Uruguay). Ce cours serait le premier, dans le cadre de la convention triangulaire Artois-Lille 1-Montevideo, à être fait en Uruguay, dans le but de préparer d'éventuels futurs étudiants qui viendraient en France faire un doctorat en régime de co-tutelle. Au mois de novembre 2004, A. Treibich doit se rendre à Montevideo pour finaliser les détails de ce nouveau cours, en accord avec le groupe de travail de Algebra du Centro de Matemática. Il s'agirait, bien sûr, d'un cours fait à deux, par A. Pereyra et A. Treibich.

E. Organisation de manifestations scientifiques

• Des mini-cours sur les formes quadratiques (voir [Org 1], [Org 5], [Org 8]) sont régulièrement organisés. Ils sont destinés à de jeunes chercheurs travaillant du domaine. Chaque année, ceux-ci ont rassemblé des participants venant d'universités en Europe, USA, Amérique du Sud et Maghreb. Il faut noter aussi que les compte-rendus du congrés de l'année 2000 viennent de paraître dans la série *Lecture Notes in Mathematics, Volume 1835* (voir [Aut 1] et [Aut 2]).

• Mini-Cours sur "*Characteristic Classes in Topology and Geometry*". Organisé par l'Université d'Artois (S. Whitehouse) et l'Université Catholique de Louvain-la-Neuve, mai 2002 ([Org 3]).

• Colloque international *Courbes spectrales et systèmes intégrables.* Organisé par l'Université d'Artois (A. Treibich) et l'Université de Lille 1, juin 2003 ([Org 4]).

• Journées d'Analyse Fonctionnelle et Harmonique (congrès du GDR), organisées par P. Lefèvre et D. Li (50 participants). Lens, 15–17 septembre 2003 ([Org 6]).

F. Responsabilités administratives

P. Mammone est, depuis avril 2004, Directeur de l'UFR de la Faculté des Sciences Jean Perrin.

P. Mammone et A. El Mazouni sont élus au Conseil d'Administration de l'université depuis 2001.

F. Derrien, A. Leroy, D. Li et M. Saralegui sont élus au Conseil d'UFR de la Faculté des Sciences Jean Perrin.

G. Présentation des publications

A. Equipe d'Algèbre

L'Equipe d'Algèbre s'articule autour de deux thématiques : les Formes Quadratiques et l'Algèbre non commutative.

A. a. Formes Quadratiques

Les travaux dans ce domaine se situent essentiellement dans le cadre de la théorie algébrique des formes quadratiques.

Dans [ACL 29], N. Karpenko prouve la conjecture d'Hoffmann qui détermine les valeurs possibles du premier indice de Witt des formes quadratiques anisotropes en toutes dimensions. La preuve utilise des opérations de type Steenrod sur les groupes de Chow modulo 2 construits par P. Brosnan.

Soit X une quadrique projective anisotrope définie sur un corps F de caractéristique différente de 2 ; la dimension essentielle $\dim_{es}(X)$ de X, définie par Oleg Izhboldin vaut :

$$\dim_{es}(X) = \dim(X) - i(X) + 1 \ ,$$

où $i(X)$ est le premier indice de Witt de X (*i.e.* l'indice de Witt de X sur son corps des fonctions).

Soit Y une variété algébrique complète (qui peut être singulière), définie sur F, dont tous les points fermés sont de degré pair et telle que Y possède un point fermé de degré impair sur $F(X)$. Dans le théorème principal de [ACL 28], N. Karpenko et A. S. Merkurjev établissent que $\dim_{es}(X) \leqslant \dim(Y)$ et qu'en cas d'égalité, la quadrique X est isotrope sur $F(Y)$.

$\leqslant$

En appliquant ce théorème à une quadrique projective Y, ils obtiennent une preuve de la conjecture d'Izhboldin énoncée ainsi : Si une quadrique anisotrope Y devient isotrope sur $F(X)$, alors $\dim_{es}(X) \leqslant \dim_{es}(Y)$ et l'égalité a lieu si et seulement si X est isotrope sur $F(Y)$. Ils résolvent aussi un problème de Knebush en prouvant que le plus petit degré de transcendance d'un corps de déploiement générique d'une quadrique X vaut $\dim_{es}(X)$.

Soit F un corps de caractéristique différente de 2. Appelons $W(F)$ l'anneau de Witt des classes d'isomorphismes des formes quadratiques anisotropes définies sur F. Soit un élément $x \in W(F)$; sa dimension est définie par la dimension de la forme quadratique le représentant. Les éléments de dimension paire forment un idéal noté $I(F)$. La filtration de l'anneau $W(F)$ par les puissances, $I^n(F)$, de cet idéal joue un rôle fondamental dans la théorie algébrique des formes quadratiques. La conjecture de Milnor, prouvée récemment par Voevodski et Orlov-Vishik-Voevodski décrit les quotients successifs $I(F)^n/I(F)^{n+1}$ de cette filtration en les identifiant avec des groupes de cohomologie galoisienne et avec les groupes de K-théorie de Milnor modulo 2 du corps F. Dans [ACL 45], Nikita Karpenko donne une réponse complète concernant les valeurs possibles de la dimension de x pour un $x \in I^n(F)$. Plus précisément, pour $n \geqslant 1$ quelconque, il prouve que :

$$(*) \qquad \dim I^n = \{2^{n+1} - 2^i |\ i \in [1,\ n+1]\} \cup \left(2\mathbb{Z} \cap [2^{n+1},\ +\infty[\right) ,$$

où $\dim I^n$ est l'ensemble de toutes les $\dim x$ pour tous les $x \in I(F)^n$ et tous les corps F. Auparavant, les informations partielles sur $\dim I^n$ contenaient le théorème classique d'Arason-Pfister (montrant que $]0, 2^n[\cap \dim I^n = \emptyset$) ainsi que le récent théorème de Vishik $]2^n,\ 2^n + 2^{n-1}[\cap \dim I^n = \emptyset$ (le cas $n = 3$ est dû à Pfister, celui $n = 4$ à Hoffmann). La preuve de $(*)$ repose sur des calculs dans les groupes de Chow des puissances de quadriques projectives (utilisant les opérations de Steenrod) ; les méthodes développées ici peuvent aussi être utilisées pour d'autres types de variétés algébriques.

Dans [S 9], en collaboration avec J. Hurrelbrink et U. Rehmann, N. Karpenko considère les formes quadratiques anisotropes de dimension n, n étant quelconque, sur les corps de caractéristique différente de 2 et ils prouvent la conjecture de Rehmann qui établit que la hauteur d'une forme excellente (qui dépend seulement de n) est précisément la plus petite des hauteurs de toutes les formes quadratiques.

N. Karpenko a co-dirigé la thèse de Jean-Paul Bonnet ([T 4], voir aussi [Art 1]), soutenue en octobre 2003 à Lille 1. Son contexte est le suivant.

Il existe 3 variétés projectives homogènes associées à un groupe algébrique simple G de type G_2. Dans le cas déployé, ce sont $X = G/P$, $X' = G/P'$ et $Y = G/B$ où P et P' sont deux sous-groupes paraboliques maximaux non conjugués et B est un sous-groupe de Borel. Si C est une algèbre d'octonions et $G = Aut(C)$, notons X' la variété des droites de l'espace vectoriel C dont tous les vecteurs ont des traces nulles et le produit de deux vecteurs (par la multiplication de l'algèbre des octonions) est nul aussi. La variété X a la même description en remplaçant les droites par des plans. Enfin, $Y \subset X' \times X$ est la variété des drapeaux " "droite $\subset$ plan". Il est bien connu (et facile à voir) que X' est une quadrique projective de dimension 5 donnée par la forme quadratique q' qui est une sous-forme de la forme quadratique norme q, sur C. Plus présicément, q' est la restriction de q au sous-espace des éléments de trace nulle de C. Remarquons que q est une 3-forme de Pfister de dimension 8 et donc q' est une voisine de Pfister de dimension 7. Par conséquent "tout" est connu sur X' : Le motif de Chow de X' se décompose en somme directe $R \oplus R(1) \oplus R(2)$, de trois copies (tordues) du motif de Rost R, associé à q ; le groupe de Chow et plus généralement, les groupes de cohomologie motivique de R (et par conséquent de X') sont connus. A l'opposé, on ne connaît presque rien sur la variété X. De façon surprenante, elle a la même dimension que X'. De même, il est clair que X et X' sont stablement birationnellement équivalentes (le corps de fonctions $F(X \times X')$, où F est notre corps de base, est à la fois une extension transcendante pure de $F(X)$ et de $F(X')$). Cependant $Aut(X)$ vaut G, contrairement à $Aut(X')$ (Demazure), et par conséquent X et X' ne sont pas isomorphes.

Voilà où se situe la thèse de J.-P. Bonnet : il apparaît que le motif de X est isomorphe au motif de X'. Par conséquent “tout” ce que nous connaissions sur X' devient vrai sur X (remarquons que Y, la troisième variété projective, est un fibré en droites projectives sur X et par conséquent “tous” les calculs sur Y peuvent être faits en termes de X de telle sorte que X est vraiment la seule G_2-variété projective homogène à considérer). Pour obtenir l'isomorphisme motivique, J.-P. Bonnet a tout d'abord besoin du calcul de l'anneau de Chow $CH(X)$ sur une clôture algébrique de F. Puisque la variété X est cellulaire dans le cas déployé, $CH(X)$ est un groupe abélien libre dont une base est donnée par les clôtures des cellules (il y a exactement une cellule par dimension $0, \dots, 5$). Le seul problème est alors de calculer la multiplication dans $CH(X)$. Dans un article de Demazure, on peut trouver des formules qui permettent de calculer la mutiplication dans $CH(G/B)$ pour un groupe déployé G de type quelconque. Bien sûr, ces formules nécessitent encore des calculs dans chaque cas concret ; cela est fait dans la thèse, et la table de multiplication pour les générateurs de $CH(Y)$ est ainsi établie. Après cela, J.-P. Bonnet utilise le fait qu'il existe une injection $CH(X) \hookrightarrow CH(Y)$ pour obtenir les informations nécessaires à la structure mulplicative de $CH(X)$. Remarquons que la structure multiplicative n'est pas complètement déterminée dans la thèse mais l'information obtenue (en particulier la structure multiplicative complète sur l'anneau de Chow modulo 2) est suffisante pour la suite. Cependant, si on le veut, on peut calculer en terme de générateurs l'inclusion $CH(X) \hookrightarrow CH(Y)$ (par exemple, l'image du générateur de codimension 1 est un des deux générateurs de $CH^1(Y)$ (le deuxième générateur venant de la même façon de X')) et par conséquent identifier $CH(X)$ comme sous-anneau de $CH(Y)$.

Nous recherchons un isomorphisme motivique entre X et X' donné par un cycle $\mu \in CH(X \times X')$. En utilisant les résultats ci-dessus, J.-P. Bonnet calcule quel μ conviendrait sur $\overline{F}$ (sur lequel les motifs de X et X' sont isomorphes pour des raisons évidentes). Le premier problème est de résoudre la question de savoir si ce cycle défini sur $\overline{F}$ est rationnel, c'est-à-dire provient de F. Pour résoudre ce problème, il a besoin de savoir que l'homomorphisme de restriction $CH^1(X) \to CH^1(\overline{X})$ (où $\overline{X} = X_{\overline{F}}$) est surjectif (ce qui est évident pour X'). Pour cela, il construit une décomposition cellulaire explicite de la variété $\overline{X}$. Il apparaît qu'elle peut être obtenue simplement comme intersection de X avec une certaine décomposition cellulaire de la grassmanienne de tous les plans dans laquelle se trouve X (ceci est un point non trivial de la thèse car seul un très bon choix de décomposition cellulaire de la grassmannienne donne une décomposition cellulaire de X ; la “plupart” ne conviennent pas). Pour cette raison, le générateur du groupe $CH^1(\overline{X})$ “provient” (*via* le *pull-back*) de la grassmannienne et par conséquent est rationnel (simplement car tous les cycles sur les grassmanniennes sont rationnels : le groupe de Chow de la grassmannienne n'est pas changé par extension du corps de base). La construction de la décomposition cellulaire de $\overline{X}$ entraîne des calculs qui ne sont pas faciles à mener. Par conséquent, il peut être bon de savoir que la surjectivité de l'application $CH^1(X) \to CH^1(\overline{X})$ (qui est le seul endroit dans la thèse où la décomposition cellulaire explicite de $\overline{X}$ est requise) peut être obtenue de façon différente. Précisément le conoyau de l'application $CH^1(X) \to CH^1(\overline{X})^{Gal}$ est connu pour être isomorphe au noyau de $Br(F) \to Br(F(X))$ (ce qui est valable pour toute variété projective lisse géométriquement intègre X) où Br est le groupe de Brauer. Pour calculer ce noyau, on peut remplacer X par la variété stablement rationnellement équivalente X'. De cette façon, on voit facilement que le noyau est nul par, disons la formule de réduction de l'indice pour les quadriques (remarquons que l'algèbre de Clifford paire de X' est déployée et par conséquent toute algèbre à division centrale sur F reste à division sur $F(X')$). Le groupe de Galois absolu Gal agit trivialement sur notre $CH^1(\overline{X})$ parce que ce groupe est libre de rang 1 et contient un sous-groupe non nul (précisément, l'image de $CH^1(X)$) sur lequel l'action est triviale. Maintenant, nous avons un cycle $\mu \in CH(X \times X')$ qui donne sur $\overline{F}$ l'isomorphisme motivique. Pour en conclure que μ donne bien un isomorphisme motivique sur F, J.-P. Bonnet prouve un théorème de nilpotence pour les correspondances sur X, résultat similaire au théorème de nilpotence de Rost pour les quadriques (qui est utilisé à cet endroit). Ici, on peut signaler que ce type de théorème a été prouvé pour toutes les variétés projectives homogènes par Chernousov, Gille et Merkurjev et aussi remarquer que le cas de notre X est relativement simple (parce que X est complètement déployé par son corps de fonctions).

Les travaux d'Ahmed Laghribi et de Pasquale Mammone se situent dans le cadre de la théorie des corps de fonctions des quadriques projectives et la théorie des algèbres à division. Rappelons qu'à une forme quadratique ϕ sur un corps commutatif F, on associe une variété projective X_ϕ définie par l'équation $\phi = 0$. On l'appelle quadrique projective donnée par ϕ, et on note $F(\phi)$ son corps de fonctions. Un problème qui a suscité un grand intérêt ces dernières années est celui de l'isotropie, qui consiste à donner des conditions nécessaires et suffisantes pourqu'une quadrique X_ϕ donnée admette un point rationnel après extension des scalaires à un corps de fonctions $F(\psi)$. Lorsque le corps F est de caractéristique différente de 2, Hoffmann a prouvé un résultat fondamental sur ce problème, à savoir : Si ϕ et ψ sont deux formes quadratiques telles que $\dim \phi \leqslant 2^n < \dim \psi$ pour un certain entier n, et si ϕ est anisotrope sur F, *i.e.* sa quadrique X_ϕ est sans point rationnel, alors ϕ reste anisotrope après extension des scalaires au corps $F(\psi)$ ($\dim \phi$ désigne la dimension de ϕ). En caractéristique 2, on distingue entre plusieurs types de formes quadratiques : formes nonsingulières, formes totalement singulières, et celles qui peuvent être singulières sans être totalement singulières. Cette distinction provient de la dimension du radical de la forme quadratique en question, *i.e.* la dimension du sous-espace de l'espace sous-jacent à la forme quadratique formé des vecteurs orthogonaux à tout autre vecteur. Par exemple, on dit que la forme est nonsingulière si cette dimension est nulle, et totalement singulière si cette dimension coïncide avec celle de la forme quadratique. En caractéristique 2, A. Laghribi et P. Mammone ont généralisé le résultat de Hoffmann ci-dessus au cas des formes nonsingulières ([ACL 20]). Récemment, dans [ACL 49], A. Laghribi, en collaboration avec Hoffmann, a donné une généralisation complète à la caractéristique 2 de ce résultat de Hoffmann. Toujours dans [ACL 49], les auteurs ont appliqué cette généralisation pour la classification des formes quadratiques à déploiement maximal en caractéristique 2, *i.e.* les formes quadratiques ϕ dont l'indice de Witt total sur leur propre corps de fonctions coïncide avec $\dim \phi - 2^n$ où n vérifie $\dim \phi \in]2^n, 2^{n+1}]$.

Dans [ACL 37], A. Laghribi, en collaboration avec Hoffmann, a généralisé à la caractéristique 2 d'autres resultats fondamentaux dans la théorie des corps de fonctions. En effet, ils ont donné une version très générale en caractéristique 2 d'un théorème de Fitzgerald sur l'hyperbolicité d'une forme quadratique sur le corps de fonctions d'une autre. Comme conséquence, ils ont généralisé un résultat dû à Knebusch sur les formes voisines en montrant que si ϕ est une forme quadratique anisotrope de radical de dimension $r \leqslant 4$ telle que $\dim \phi > 2r$ et que la partie anisotrope de $\phi \otimes F(\phi)$ soit isométrique à $\psi \otimes F(\phi)$ pour une certaine forme quadratique ψ définie sur F, alors ϕ est une voisine de Pfister. Les auteurs ont aussi donné des exemples de formes quadratiques anisotropes ϕ telles que la partie anisotrope de $\phi \otimes F(\phi)$ soit définie sur F et $\dim \phi \leqslant 2r$, mais qui ne sont pas des voisines. De plus, dans ce travail, les fondements d'une théorie pour les formes quadratiques totalement singulières ont été posés.

Les travaux [ACL 18] et [ACL 19] constituent l'origine d'une bonne partie des récents développements qui ont été apportés à la théorie des corps de fonctions en caractéristique 2. Dans [ACL 18], en plus d'une réponse complète à l'isotropie d'une forme quadratique de dimension au plus 6 sur le corps de fonctions d'une quadrique, A. Laghribi a introduit une nouvelle notion de comparaison entre formes quadratiques en caractéristique 2, connue sous le nom de relation de domination. Aussi, l'analogue du théorème de Cassels-Pfister a été donné comme suit : Si une forme quadratique anisotrope ϕ devient hyperbolique sur le corps de fonctions d'une autre forme ψ, alors ψ est dominée par ϕ, à scalaire près. La notion des formes quadratiques voisines a été aussi introduite et une classification complète de telles formes de petite dimension a été faite.

L'article [ACL 19] est motivé par le problème suivant qui se pose en toute caractéristique : Soit ϕ une forme quadratique anisotrope. Quelles sont les dimensions possibles pour la partie anisotrope de $\phi \otimes K$ lorsque K décrit toutes les extensions de F ? Ce problème a été résolu en caractéristique $\neq 2$ par Knebusch en introduisant ce qu'on appelle la théorie de déploiement générique des formes quadratiques. En caractéristique 2, la situation est plus compliquée. Cela est dû parfois à la non trivialité du radical de la forme ϕ en question. Pour les formes de radical de dimension au plus 1, la réponse à ce problème est analogue à celle donnée par Knebusch en caractéristique $\neq 2$ (résultat prouvé récemment par Knebusch et Rehmann). Pour les formes de radical de dimension $\geqslant 2$, A. Laghribi a utilisé ce qu'on appelle la théorie de déploiement standard. C'est une théorie qui procède comme celle introduite par Knebusch, et reflète de bonnes informations sur la forme quadratique ; mais on ne sait pas prouver actuellement sa généricité. Néanmois, A. Laghribi a donné une classification complète des formes quadratiques de hauteur 1, *i.e.* celles dont la partie anisotrope sur leur propre corps de fonctions est de dimension au plus 1. Aussi, il a prouvé un fait nouveau qui montre que le déploiement standard d'une forme quadratique de radical non trivial commence par le déploiement de sa partie nonsingulière suivi par celui de sa partie quasi-linéaire. Il a aussi donné d'autres résultats généraux sur le déploiement standard d'une forme quadratique de radical quelconque, et a classifié les formes quadratiques excellentes en se basant sur le déploiement standard (une forme ϕ est dite excellente si la partie anisotrope de $\phi \otimes K$ est définie sur F pour toute extension K de F).

Les travaux [ACL 36], [ACL 38] et [ACL 50] de A. Laghribi sont consacrés essentiellement à l'étude des formes quadratiques totalement singulières. Dans [ACL 38], il a introduit la notion des quasi-formes de Pfister et leur voisines, et étudié de manière complète le déploiement standard de ces formes quadratiques. Rappelons qu'une n-forme bilinéaire de Pfister est une forme qui est un produit de n formes bilinéaires de dimension 2, et qu'une quasi-forme de Pfister est une forme totalement singulière de dimension 2^n pour un certain $n \geqslant 1$ et qui représente les mêmes scalaires qu'une n-forme bilinéaire de Pfister. Une forme quadratique ϕ est dite une quasi-voisine de Pfister si elle est une sous-forme, à scalaire près, d'une quasi-forme de Pfister dont la dimension est strictement inférieure au double de la dimension de ϕ. En particulier, une quasi-forme de Pfister est une quasi-voisine de Pfister d'elle même. A. Laghribi a montré qu'une forme totalement singulière anisotrope ϕ de dimension dans $]2^n, 2^{n+1}]$ est une quasi-voisine de Pfister si et seulement si tout entier de $\{\dim \phi - 2^n\} \cup \{2^i \mid 0 \leqslant i \leqslant n-1\}$ apparaît comme indice de Witt dans le déploiement standard de ϕ. Il a aussi montré que cela est équivalent au fait que la hauteur standard de ϕ est égale à $n+1$. Dans [ACL 36], A. Laghribi a introduit la notion de quasi-hyperbolicité pour les formes totalement singulières en disant qu'une telle forme de dimension paire est quasi-hyperbolique lorsque son indice de Witt est la moitié de sa dimension. Avec cela il a prouvé le théorème de Cassels-Pfister pour les formes totalement singulières, et il a classifié de manière complète les formes totalement singulières anisotropes qui deviennent quasi-hyperboliques sur le corps de fonctions d'une forme quadratique donnée. Il a aussi caractérisé les quasi-formes de Pfister *via* la notion de quasi-hyperbolicité, en montrant qu'une forme ϕ t otalement singulière anisotrope de dimension paire est une quasi-forme de Pfister, à scalaire près, si et seulement si elle devient quasi-hyperbolique sur son propre corps de fonctions. En utilisant toujours cette notion de quasi-hyperbolicité, il a prouvé dans [ACL 50] le théorème de norme pour les formes totalement singulières. Ce théorème dit qu'un polynôme irréductible unitaire à coefficients dans F est une norme d'une forme ϕ totalement singulière anisotrope, *i.e.* ϕ est isométrique à $p\phi$ sur le corps des fractions rationnelles en les variables de p, si et seulement si ϕ devient quasi-hyperbolique sur $F(p)$ le corps de fonctions de la variété affine donnée par $p = 0$.

Dans [S 11], A. Laghribi et P. Mammone ont étendu partiellement le théorème de norme au cas des formes quadratiques semisingulières, *i.e.* celles qui ne sont ni nonsingulières ni totalement singulières. Plus précisément, ils ont montré que si un polynôme p irréductible à coefficients dans F est une norme d'une forme ϕ semisingulière anisotrope, alors l'indice de Witt de ϕ sur $F(p)$ est $\frac{\dim \phi - r}{2}$, et la partie quasi-linéaire de ϕ devient quasi-hyperbolique sur $F(p)$, où r est la dimension du radical de ϕ. Ils ont montré que, réciproquement, ces deux conditions impliquent que p est une norme lorsqu'il est donné par une forme quadratique qui représente 1. Comme conséquence, ils ont étendu le théorème de Cassels-Pfister au cas des formes quadratiques semisingulières.

Dans [ACL 51] et [S 10], A. Laghribi s'est consacré à l'étude des noyaux de Witt en caractéristique 2. Comme en cette caractéristique il n'y a pas de correspondance biunivoque entre les formes quadratiques et les formes bilinéaires, il traite séparément les noyaux de Witt pour ces deux types de formes. Rappelons que le noyau de Witt, pour les formes quadratiques ou bilinéaires, d'une extension K de F est le groupe de telles formes qui deviennent hyperboliques après extension des scalaires à K. Dans [ACL 51], A. Laghribi a étudié ces deux noyaux lorsque $K = F(\psi)$. Pour les formes bilinéaires, il a commencé par prouver le théorème de Cassels-Pfister. Ce théorème se formule comme suit : Si B est une forme bilinéaire anisotrope qui devient hyperbolique sur $F(\psi)$, alors ψ est totalement singulière et pour tous scalaires α, β représentés respectivement par ψ et B, il existe une forme bilinéaire B' qui est une sous-forme de $\alpha\beta B$ et associée à ψ (une forme bilinéaire est dite associée à une forme totalement singulière si les deux formes sont de même dimension et représentent les mêmes scalaires dans $F - \{0\}$). Comme conséquence, il a donné une réponse complète à l'hyperbolicité des formes bilinéaires, en montrant qu'une telle forme anisotrope B devient hyperbolique sur $F(\psi)$ si et seulement si ψ est totalement singulière et B est isométrique à une somme orthogonale de formes semblables à des formes bilinéaires de Pfister qui sont associées à la plus petite quasi-forme de Pfister contenant ψ à scalaire près. Pour ce qui est du noyau de Witt pour les formes quadratiques, il a donné une réponse complète lorsque $K = F(\psi)$ avec ψ une forme voisine ou quasi-voisine de Pfister. Pour ψ une forme quelconque, il a donné des résultats généraux de type "inductif" dont l'un d'entre eux est le suivant : Si $\dim \psi = \dim \psi' + 1$, ψ' est dominée par ψ et que le noyau de Witt de $F(\psi')$ est engendré à isométrie près par des formes semblables à des formes de Pfister de dimension 2^n pour un certain $n \geqslant 1$, alors le noyau de Witt de $F(\psi)$ est engendré à équivalence de Witt près par des formes semblables à des formes de Pfister de dimension 2^n ou 2^{n+1}. A. Laghribi a appliqué ses résultats pour décrire de manière explicite le noyau de Witt de $F(\psi)$ lorsque ψ est de dimension au plus 5. Entre autres, il a introduit et étudié la notion des formes bilinéaires voisines. Dans [S 10], A. Laghribi a donné une caractérisation complète du noyau de Witt pour les formes quadratiques d'une extension multiquadratique inséparable $K = F(\sqrt{a_1}, \cdots, \sqrt{a_n})$, en montrant qu'une forme quadratique ϕ devient hyperbolique sur K si et seulement si ϕ est Witt-équivalente à une forme quadratique de type $\langle 1, a_1\rangle \otimes \rho_1 \perp \cdots \perp \langle 1, a_n\rangle \otimes \rho_n$, où $\langle 1, a_i\rangle$ désigne la forme bilinéaire $x_1y_1 + a_ix_2y_2$ et $\rho_1, \cdots, \rho_n$ sont des formes quadratiques convenables.

Dans [ACL 4], A. Laghribi et P. Mammone étudient le niveau des algèbres de quaternions. Rappelons que le niveau d'une algèbre A, sur un corps de caractéristique $\neq 2$, est le plus petit entier naturel n tel que -1 s'écrive comme une somme de n carrés d'éléments de A. Dans ce travail, A. Laghribi et P. Mammone utilisent la théorie des corps de fonctions pour construire des algèbres de quaternions de niveau 2^n et $2^n + 1$.

Les articles [ACL 3] et [ACL 48] d'A. Laghribi concernent l'étude de l'isotropie des involutions sur les corps de fonctions de quadriques. Dans [ACL 3], on a montré que si A est un produit de 3 algèbres de quaternions et munie d'une involution orthogonale σ sur un corps de caractéristique $\neq 2$, alors il existe une forme quadratique ζ sur F telle que $(A,\sigma) \cong (C_0(\zeta),\sigma_0)$, où $C_0(\zeta)$ est l'algèbre de Clifford paire de ζ et σ_0 est l'involution canonique. Comme application et lorsque A est à division, il montre que (A,σ) devient hyperbolique sur $F(\psi)$ si et seulement si $\zeta \perp \langle \det \zeta \rangle$ est isotrope sur $F(\psi)$. Dans [ACL 48], A. Laghribi a travaillé sur un corps de caractéristique 2 avec des algèbres de degré au plus 4. Dans ce cas, il a donné une réponse complète à l'isotropie des involutions et paires quadratiques. Il a aussi donné une condition nécessaire et suffisante à l'hyperbolicité des involutions et paires quadratiques sur une extension quadratique inséparable de F et ce quelque soit le degré de l'algèbre. Le cas d'une extension quadratique séparable a été résolu auparavant par Tignol et Elomary.

L'article [ACL 30] est lié à la descente pour les formes quadratiques. De manière générale, le problème de descente se formule comme suit : Soit K une extension de F et ϕ une forme quadratique sur K. Sous quelles conditions sur K et ϕ peut-on avoir l'existence d'une forme quadratique ρ définie sur F telle que ϕ soit isométrique ou Witt-équivalente à $\rho \otimes K$? Ce problème prend un grand intérêt lorsque K est le corps de fonctions d'une quadrique. Ceci est motivé par une conjecture de Kahn sur le sujet. En plus de certaines réponses de Kahn à sa conjecture, A. Laghribi avait apporté d'autres réponses dans un article publié dans la revue *"Archiv der Mathematik"*, volume 73. Dans le présent article, A. Laghribi, en collaboration avec B. Kahn, ouvre une nouvelle voie de recherche sur la descente en posant une conjecture comme suit : Si ϕ est une forme quadratique sur un corps de fonctions K et s'il existe une forme quadratique ρ sur F telle que ϕ soit Witt-équivalente à $\rho \otimes K$, alors il existe une autre forme quadratique ρ' sur F de dimension au plus $2 \dim \phi$ telle que ϕ soit Witt-équivalente à $\rho' \otimes K$. Notons que dans cette conjecture on ne fait intervenir aucune condition sur la dimension de la forme quadratique donnant K. En utilisant des résultats très difficiles sur les formes quadratiques (prouvés par le moyen de la cohomologie Galoisienne et la K-théorie), B. Kahn et A. Laghribi ont répondu par l'affirmative à cette conjecture lorsque $\dim \phi \leqslant 3$, ou $\dim \phi = 4$ et $\det \phi \in F^{*2}$, ou ϕ est une voisine de Pfister de dimension 5 ($\det \phi$ désigne le déterminant de ϕ). Pour les cas : $\dim \phi = 4$ et $\det \phi \notin F^{*2}$, ou ϕ est de dimension 5 mais non voisine, ou ϕ est de dimension 6 et $\det \phi \in -F^{*2}$, ils ont obtenu une réponse positive à l'exception du cas où la forme donnant K est de dimension 4 et de déterminant pas un carré. Dans tous ces cas cités, B. Kahn et A. Laghribi ont non seulement prouvé l'existence de la forme ρ' intervenant dans la conjecture, mais ils ont aussi décrit avec précision toutes les formes ρ' possibles. De plus, ils ont donné une autre formulation de leur conjecture en introduisant certaines constantes universelles.

Dans [ACL 35], A. Laghribi a étudié le problème suivant, qui est motivé par des questions d'excellence sur les groupes algébriques linéaires : Soit ϕ une forme quadratique anisotrope sur F supposé de caractéristique $\neq 2$. On suppose qu'il existe une forme quadratique ψ sur F telle que la partie anisotrope de $\phi \otimes F(\phi)$

soit isométrique à $\psi \otimes F(\phi)$ modulo un scalaire dans $F(\phi)^*$. Est-il vrai que ψ est unique à scalaire près dans F^* ? Il a donné plusieurs exemples de formes quadratiques ϕ pour lesquelles la réponse est positive. Par exemple, ceci est le cas lorsque $\dim \phi$ est impaire, ou $\dim \phi \in \{2, 4, 6\}$, ou $\dim \phi = 8$ et l'indice de l'algèbre de Clifford de ϕ est au plus 2. A part ces exemples, on ne sait pas si ce problème a toujours une réponse positive.

Finalement, dans [ACL 2], A. Laghribi a traité le problème d'isotropie sur un corps de caractéristique $\neq 2$ pour certaines formes quadratiques qui sont une somme orthogonale de deux formes semblables à des formes de Pfister.

Dans [Prép 1], Jérôme Burési retrouve par des calculs de K-théorie tout-à-fait élémentaires des résultats de Saltmann et Rowen (Isr. J. Math. 96, 527-552 (1996)) qui indiquent par exemple que si une algèbre simple centrale sur F de degré p, p étant un nombre premier $\geqslant 5$, devient une algèbre cyclique dans une extension de degré 3 (et que sur cette extension l'algèbre vérifie certaines conditions), alors elle était déjà cyclique sur F.

Dans un travail avec J.-C. Douai (Lille), J. Burési s'est intéressé à la cohomologie en degré 2 non abélienne. Cette dernière avait été introduite par Springer et Grothendieck ; et J. Giraud (Cohomologie non abélienne, Grundlehren Math. Wiss. 179, Springler Verlag 1971) en avait donné une description sur un site quelconque (pas seulement sur le site étale d'un corps, qui correspond à la cohomologie galoisienne). Cette cohomologie a longtemps été jugée inutilement compliquée, mais elle recommence à intéresser les mathématiciens : en témoignent les travaux de Borovoï (Duke Math. J. (1993), et suivant) et, dernièrement, la thèse de M. Florence. En particulier, un théorème de Flicker, Scheiderer et Sujatha (J. Am. Math. Soc. 11, No.3, 731–750 (1998)) nous dit que sur un corps k de dimension cohomologique virtuelle inférieure à 1 et pour un lien L représentable par un groupe algébrique, une classe de $H^2(k_{et}, L)$ est neutre si et seulement si elle est neutre dans la clôture réelle de chaque point du spectre réel. L'introduction par Scheiderer d'une topologie dite b-topologie qui "recolle" le site étale et le site réel d'un schéma, invite à voir ce théorème comme une conséquence de ce qui se passe sur cette b-topologie (car pour la b-topologie, k est de dimension cohomologique 1). En développant les outils de 2-cohomologie non abélienne sur cette topologie, cela permet à J. Burési et J.-C. Douai de retrouver simplement le résultat duquel ils étaient partis et ils espèrent de cette façon obtenir certaines généralisations, dont la rédaction, pour l'instant pose des problèmes.

Dans une collaboration très récente avec B. Calmès, J. Burési s'intéresse à une théorie générale des groupes de Witt. Le groupe de Witt classique (d'un corps F de caractéristique différente de 2), noté $W(F)$, est le groupe des classes d'isomorphisme de formes quadratiques régulières de dimension finie, modulo les formes hyberboliques. Des généralisations avaient déjà été faites ; en particulier, le groupe de Witt des variétés a été introduit par M. Knebush (Conf. on Quadratic Forms, Kingston, 1976). Dernièrement, P. Balmer (1999) a introduit une théorie très générale des groupes de Witt, qui est (un peu) du type K-théorie ou cohomologie. En particulier, si on prend une algèbre simple D centrale à involution sur F (un corps de caractéristique différente de 2), J. Burési et B. Calmès regardent si cette construction (à l'instar de la K-théorie) ne permet pas la définition d'une "norme réduite", une application de $W(D)$ dans $W(F)$, qui est donnée dans le cas déployé par l'équivalence de Morita.

A. b. Algèbre non commutative

Soit δ une q-skew σ-dérivation d'un anneau semi-premier R et $R^{(\delta)} = \{r \in R \mid \delta(r) = 0\}$ la sous-algèbre des invariants. André Leroy, en collaboration avec P. Grzeszczuk et J. Matczuk, montre dans [ACL 8] que si l'action de δ sur R est algébrique $R^{(\delta)}$ est artinien à gauche si et seulement si R est artinien à gauche. L'un des outils fondamentaux est l'utilisation d'une sorte de fonction trace qui permet de passer de R à $R^{(\delta)}$. Ce thème de recherche (passsage de propriété d'un anneau à l'anneau des constantes sous une dérivation algébrique) est actuellement populaire et développé par Bergen, Grzeszczuk, Lanski, Chuang, ...

Le cadre de [ACL 41] est celui des extensions de Ore de la forme $K[x, \sigma, \delta]$, où K est une algèbre à division, σ un endomorphisme de K, et δ une σ-dérivation. Un polynôme $f(t) \in K[t; S, D]$ sur un corps non nécessairement commutatif K est un polynôme de Wedderburn si $f(t)$ est unitaire et est le polynôme minimal d'un ensemble algébrique inclus dans K. Un tel polynôme est toujours un produit de facteurs linéaires sur K, mais tous les produits de facteurs linéaires ne sont pas des polynômes de Wedderburn. Dans cet article, T.A. Lam et A. Leroy établissent différentes caractérisations et étudient différentes propriétés des polynômes de Wedderburn sur K, et montrent que ces polynômes forment un treillis modulaire complet qui est dual du treillis des sous ensembles algébriques de K. Cet article peut se placer dans le cadre général de l'arithmétique des anneaux de polynômes gauches. Les polynômes de Wedderburn et leurs factorisations ont été également utilisés par Hazrat en relation avec l'étude des sous-groupes du groupe multiplicatif d'un corps.

Si R est un 2-fir, A. Leroy et A. Ozturk définissent dans [ACL 42] les notions de sous-ensembles F-indépendants et sous-ensembles F-algébriques de R. La décomposition d'un sous-ensemble algébrique en classes de similitude fournit une méthode simple pour traduire la F-indépendance en termes de dimension de certains espaces vectoriels. En particulier, à chaque élément $a \in R$ on associe un certain ensemble algébrique formé d'atomes et la décomposition précédente fournit une borne inférieure sur la longueur des décompositions atomiques de a en termes de dimension d'espaces vectoriels. Ces notions s'appliquent en particulier dans le cadre de l'étude des factorisations dans des extensions de Ore construites sur des corps gauches (*via* un endomorphisme non nécessairement surjectif). Une notion de rang est introduite et les éléments totalement réductibles sont étudiés en détail. Cet article est à la base de la thèse de A. Ozturk ([T 1]) rédigée sous la direction de A. Leroy et défendue à l'Université de Mons (Belgique) en mai 2003.

Soit R un annneau et $S = R[x; \sigma, \delta]$ une extension de Ore. Si M_R est un R-module à droite, A. Leroy, en collaboration avec J. Matczuk, étudie dans

[ACL 43] le S-module induit $M \bigotimes_R S$. Ils s'intéressent particulièrement aux idéaux premiers associés et à la dimension uniforme. Cet article fait suite à des résultats obtenus par C. Faith, G. Marks et utilise les "bons polynômes" introduits par Shock.

Si R est un anneau, σ un endomorphisme injectif de R et δ une σ-dérivation de R, A. Leroy, en collaboration avec J. Matczuk, montre dans [ACL 53] que si R est un anneau semi-premier de Goldie à gauche alors il en est de même pour l'extension de Ore $R[x;\sigma,\delta]$. En outre ces deux anneaux ont la même dimension uniforme. Ce résultat est assez spectaculaire et a déjà été utilisé, notamment en relation avec les identités polynômiales.

En collaboration avec J. Matczuk, A. Leroy donne dans [S 14] des conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une extension de Ore $S = R[x;\sigma,\delta]$ soit à identités polynômiales. Dans cet article R est un anneau semi-premier satisfaisant la condition de chaîne ascendante sur les annulateurs, σ est un endomorphisme injectif et δ une σ-dérivation. A. Leroy et J. Matczuk s'intéressent également au cas où $S = R[x;\tau]$ et τ n'est pas supposée injective mais ils supposent alors l'anneau R noethérien.

L'article [Prép 8] fait suite à [ACL 41]. A. Leroy, en collaboration avec T.Y. Lam et A. Ozturk, y étudie plus en détails le rang et certaines applications ϕ et λ qui apparaissent naturellement lors de l'étude de ces polynômes. Ils montrent que les polynômes de Wedderburn permetttent de caractériser les matrices à coefficients dans K qui sont (S,D)-diagonalisables. Ce résultat, obtenu par G. Cauchon dans le cas où $S = id$ et $D = 0$, montre l'importance de la notion de polynôme de Wedderburn. T.Y. Lam, A. Leroy et A. Ozturk obtiennent en fait des expressions explicites pour les matrices de passage sous forme de matrices de Vandermonde généralisées, qui avaient été étudiées par T.Y.Lam et A. Leroy quelques années auparavant. Ils analysent ensuite de manière détaillée les valeurs propres à gauche et à droite (dans le cadre général "K,S,D") des matrices à coefficients dans le corps K. La dernière section de [Prép 8] est consacrée à l'étude de la notion de G-algébricité, dans laquelle G est un groupe d'automorphismes du corps K.

Dans [Prép 9], S.K. Jain, T.Y. Lam et A. Leroy donnent des conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une extension de Ore soit un V-domaine. Ils sont en train d'essayer de produire un exemple d'une telle extension qui soit un V-domaine à droite mais qui ne soit pas un V-domaine à gauche.

A. Leroy a dirigé la thèse de Adem Ozturk ([T 1]), soutenue en mai 2003 à Mons (Belgique), qui a donné lieu à plusieurs publications (dont [ACL 42] et [Prép 8]).

A. Leroy dirige actuellement la thèse ([T 10]) de Jonathan Delenclos, qui est Agrégé (2002) et a obtenu son DEA en septembre 2002. Son mémoire de DEA portait sur les déterminants quantiques. Il s'est inscrit en thèse en Octobre 2002 et est Allocataire-Moniteur à Lens. Il poursuit des recherches en théorie des anneaux non commutatifs dans plusieurs voies distinctes, notamment :

1) Etude des fonctions symétriques non commutatives. Des travaux récents de Gelfand, Rethak, Wilson,... ont mis en évidence un analogue non commu-

tatif des polynômes symétriques élémentaires. La définition se fait *via* l'usage des quasi-déterminants. Une définition plus naturelle est possible et plusieurs résultats importants sont alors obtenus facilement.

2) Etude des puissances de polynômes qui sont des polynômes de Wedderburn. Les polynômes de Wedderburn généralisent la notion de polynômes du type $\prod_{i=1}^{n}(t-a_i)$ où les a_i sont des éléments distincts du corps de base (ils apparaissent naturellement, par exemple, dans la caractérisation des matrices diagonalisables sur un corps gauche). Contrairement au cas commutatif des puissances d'un polynôme de Wedderburn peuvent encore être de Wedderburn. C'est ce phénomène que J. Delenclos essaie de caractériser.

A. Leroy dirige aussi la thèse ([T 12]) de Jean-Charles Dupriez, qui est professeur Agrégé dans le Secondaire et a obtenu son DEA en septembre 2003 et s'est alors inscrit en thèse. Il travaille simultanément au Lycée Condorcet de Lens. Son sujet de thèse porte sur les anneaux ayant la propriété FZP (*finite zero polynomials*). Ce thème est fort proche de celui de son mémoire de DEA qu'il a présenté récemment et portait sur l'évaluation des polynômes à coefficients dans des corps gauches.

B. Equipe d'Analyse

L'Equipe d'Analyse travaille en Analyse Fonctionnelle.

Les thèmes abordés sont : l'étude des espaces de Banach, et, en particulier, de ceux liés aux ensembles minces issus de l'Analyse Harmonique ; la théorie des opérateurs ; les fonctions de type positifs.

Nous commencerons par les ensembles minces issus de l'Analyse Harmonique et les propriétés banachiques des espaces qui leur sont associés.

Dans : *A remark about $\Lambda(p)$-sets and Rosenthal sets*, Proc. Amer. Math. Soc. 126 (1998) 3329–3333, Daniel Li avait remarqué comment des constructions probabilistes de Bourgain et de Katznelson se combinent (en utilisant un résultat de F. Piquard) pour montrer l'existence d'ensembles $\Lambda \subseteq \mathbb{Z}$ qui sont $\Lambda(4)$ (c'est-à-dire que $L^4_\Lambda(\mathbb{T}) = L^2_\Lambda(\mathbb{T})$), et en particulier $L^1_\Lambda(\mathbb{T})$ est réflexif), mais pas Rosenthal (c'est-à-dire que $L^\infty_\Lambda(\mathbb{T})$ est non séparable), ce qui était un problème ouvert depuis 25 ans. Dans [ACL 22], D. Li, en collaboration avec H. Queffélec et L. Rodríguez-Piazza, renforce considérablement cela, en construisant, de façon probabiliste, des ensembles d'entiers $\Lambda \subseteq \mathbb{Z}$ qui vérifient simultanément les propriétés de petitesse suivantes : les fonctions continues à spectre dans Λ ont toutes une série de Fourier uniformément convergente, des coefficients de Fourier qui sont dans tous les $\ell_p(\Lambda)$ (*i.e.* Λ est p-Sidon) pour tous les $p > 1$, et sont des ensembles $\Lambda(q)$ pour tout $q < +\infty$ (*i.e.* $L^q_\Lambda(\mathbb{T}) = L^2_\Lambda(\mathbb{T})$), mais sont néanmoins gros au sens où ils sont denses dans le compactifié de Bohr de $\mathbb{Z}$ et où $L^\infty_\Lambda(\mathbb{T})$ n'est pas séparable. Ces ensembles sont très différents de ceux connus auparavant. Ils utilisent pour cela la notion d'ensemble p-Rider (toute fonction presque sûrement continue dont le spectre est dans Λ a ses coefficients de Fourier dans $\ell_p(\Lambda)$).

Dans [ACL 21], P. Lefèvre et D. Li, en collaboration avec H. Queffélec et L. Rodríguez-Piazza, étudient la propriété d'avoir un cotype pour divers espaces de fonctions à spectre dans Λ, notamment pour l'espace des fonctions dont la série de Fourier est uniformément convergente. Ils introduisent la notion d'ensemble $\Lambda(p)$ presque sûr, et ils caractérisent, essentiellement, les ensembles p-Rider comme étant les ensembles $\Lambda(q)$ presque sûrs pour tout $q > 2$ et pour lesquels la constante croît d'une certaine façon en fonction de q.

Dans [ACL 39], P. Lefèvre et D. Li, en collaboration avec H. Queffélec et L. Rodríguez-Piazza, montrent que certains espaces de Banach naturels contiennent l'espace c_0. Plus précisément, ils obtiennent quatre types de résultats. Premièrement, ils montrent que si ψ est une fonction d'Orlicz telle que $\psi(2x)/\psi(x) \underset{x\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$, et si X_0 est un espace de fonctions bornées sur lequel les normes L^2 et L^ψ ne sont pas équivalentes, alors le sous-espace fermé engendré par X_0 dans L^ψ contient c_0. Il en résulte que, si ψ est ainsi, pour une partie Λ du groupe dual d'un groupe abélien compact, alors, lorsque $L^{\Psi_2}_\Lambda \subseteq L^\psi_\Lambda$, avec $\Psi_2(x) = \mathrm{e}^{x^2} - 1$, soit L^ψ_Λ est de cotype 2, soit il contient c_0 ; en particulier, si Λ n'est pas un ensemble de Sidon, alors $L^{\Psi_2}_\Lambda$ contient c_0. Ils montrent ensuite que, si $U(\mathbb{T})$ est l'espace des fonctions continues sur $\mathbb{T} = \mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z}$ dont la série de Fourier est uniformément convergente, alors, pour $\Lambda \subseteq \mathbb{Z}$, soit $\mathcal{C}_\Lambda = U_\Lambda$ (*i.e.* toutes les fonctions continues à spectre dans Λ ont une série de Fourier est uniformément convergente), soit U_Λ contient c_0. Il résulte alors du Théorème de Bourgain-Milman que si U_Λ a un cotype fini, alors c'est un ensemble de Sidon ; P. Lefèvre, D. Li, H. Queffélec et L. Rodríguez-Piazza avaient montré ce résultat dans [ACL 21], en adaptant la preuve de Bourgain et Milman, et ce présent résultat explique mieux ce qu'il en est. Ils construisent ensuite un ensemble de Hilbert (qui est une sorte de généralisation de la notion de progression arithmétique) dans $\mathbb{Z}$, qui est discret dans $\mathbb{Z}$ pour la topologie de Bohr. D. Li avait montré dans un article antérieur : *On Hilbert sets and $\mathcal{C}_\Lambda(G)$-spaces with no subspace isomorphic to* c_0, Colloq. Math. 68 (1995) 67–77, que $\mathcal{C}_\Lambda$ contient c_0 lorsque Λ contient un ensemble de Hilbert. Il en résulte que les fonctions de L^∞_Λ peuvent avoir une unique moyenne invariante (et plus précisément Λ peut être un ensemble de Lust-Piquard – voir le paragraphe suivant pour la définition) même lorsque Λ contient un ensemble de Hilbert, et donc $\mathcal{C}_\Lambda$ contient c_0 ; en particulier les fonctions de L^∞_Λ ne sont pas toutes continues. Il y a un autre intérêt à avoir un ensemble de Hilbert discret : toute famille de parties de $\mathbb{Z}$ localisable pour la topologie de Bohr, au sens de Y. Meyer, doit donc contenir un ensemble de Hilbert. Il en résulte qu'un certain nombre de classes naturelles ne sont pas localisables, et que l'on ne peut donc pas utiliser cette technique pour en construire. Enfin, P. Lefèvre, D. Li, H. Queffélec et L. Rodríguez-Piazza montrent que si $\mathcal{C}_\Lambda$ est complémenté dans L^∞_Λ, alors $\mathcal{C}_\Lambda$ ne contient pas c_0, et que toute fonction Riemann-intégrable de L^∞_Λ est en fait (presque partout) égale à une fonction continue.

Pascal Lefèvre s'intéresse aussi à la stabilité par réunion de classes d'ensembles minces. En collaboration avec L. Rodríguez-Piazza, il montre dans [ACL 31] que tout ensemble p-Rider (avec $p < 4/3$) est q-Sidon pour tout $q > \frac{p}{2-p}$ (il est facile de voir que, réciproquement, tout ensemble q-Sidon est q-Rider). Une version plus faible de ce résultat avait été énoncé oralement par Bourgain il y a une vingtaine d'année, mais aucune preuve n'avait été esquissée. La preuve utilise une amélioration d'une ancienne construction de certaines mesures, qui était due Méla. Ce résultat permet notamment d'obtenir la stabilité par réunion de la classe des ensembles qui sont p-Sidon pour tout $p > 1$. D'autre part, toujours en collaboration avec L. Rodríguez-Piazza, P. Lefèvre montre dans [S 12] que la réunion d'un ensemble de Riesz et d'un ensemble de Lust-Piquard est encore un ensemble de Riesz (un sous-ensemble Λ d'un groupe abélien discret Γ est un ensemble de Lust-Piquard lorsque toutes les fonctions bornées sur le groupe dual $G = \hat{\Gamma}$ dont le spectre est contenu dans un translaté de Λ possèdent une unique moyenne invariante). Cela conduit à une réponse partielle d'un problème de Rudin : trouver les parties E de $\mathbb{N}$ telle que $\mathbb{Z}^- \cup E$ est un ensemble de Riesz. Dans [S 12], P. Lefèvre et L. Rodríguez-Piazza exhibent aussi un ensemble de Rosenthal (donc mince), qui est "gros" au sens où il est dense dans le compactifié de Bohr des entiers.

Les articles [ACL 21], [ACL 39], et [ACL 31] sont issus d'une collaboration qui entre dans le cadre d'un projet Picasso (voir [Rés 10]).

P. Lefèvre caractérise dans [ACL 52] les opérateurs faiblement compact dont le domaine est l'algèbre du disque $A(\mathbb{D})$, ou H^∞, en terme d'opérateurs absolument continus. Cela lui permet de retrouver élémentairement des résultats sur les opérateurs de composition sur de tels espaces.

Dans [ACL 40], P. Lefèvre s'intéresse à la notion, introduite par Bourgain dans les années 80 de sous-espace riche de $C(S)$, S étant un espace compact. L'intérêt de cette notion est que si X est un sous-espace riche de $C(S)$ alors X a deux propriétés déjà bien étudiées (communes avec $C(S)$ lui-même) : la propriété (V) de Pełczyński, et la propriété de Dunford-Pettis. P. Lefèvre démontre que divers espaces sont riches. Ainsi, c'est le cas pour les espaces $C_E(G)$ (où G est un groupe abélien compact) quand E est le complémentaire d'un ensemble $\Lambda(1)$, ou (pour $G = \mathbb{T}$) quand E est le complémentaire dans $\mathbb{N}$ d'un ensemble $\Lambda(1)$. C'est aussi le cas pour U_E, l'espace des séries de Fourier uniformément convergentes à spectre dans E, quand E est le complémentaire d'un ensemble $\Lambda(2)$, ou quand E est le complémentaire dans $\mathbb{N}$ d'un ensemble $\Lambda(2)$. Ceci étend des résultats connus pour $E = \mathbb{N}$ ou $E = \mathbb{Z}$.

Paul Cohen avait caractérisé arithmétiquement les sous-ensembles Λ de $\mathbb{Z}$ pour lesquels l'espace $\mathcal{C}_\Lambda(\mathbb{T})$ est complémenté dans $\mathcal{C}(\mathbb{T})$, ou, de façon équivalente, pour lesquels il existe une mesure dont la transformée de Fourier est nulle en dehors de Λ, et vaut 1 sur Λ. Kwapień et Pełczyński avaient défini les ensembles quasi-Cohen en demandant seulement que la transformée de Fourier soit au moins 1 sur Λ. Dans [ACL 7], P. Lefèvre et D. Li donnent quelques améliorations des résultats antérieurs de Host-Parreau et Kwapień-Pełczyński concernant les ensembles quasi-Cohen. Ils montrent le lien avec une propriété de structure inconditionnelle, la propriété de Gordon-Lewis. Ils obtiennent ainsi que certains quotients de L^1 n'ont pas la propriété de Gordon-Lewis et donc *a fortiori* n'ont pas de structure locale inconditionnelle.

P. Lefèvre montre enfin dans [S 13], de nouveau en collaboration avec L.

Rodríguez-Piazza, qu'une large catégorie de sous-espace de U (dont U et $U_{\mathbb{N}} = U \cap A(\mathbb{D})$) n'ont pas de structure locale inconditionnelle. Les sous-espaces invariants par translation de $C(\mathbb{T})$ sont aussi étudiés. Enfin, ils complètent cette étude en montrant que les sous-espaces usuels de U n'ont pas la propriété de Daugavet.

Dans [S 15] (dont [ACL 44] est une annonce), D. Li, en collaboration avec F. Bayart, C. Finet et H. Queffélec, considére l'espace $\mathcal{A}^+$ des fonctions f analytiques dans le demi-plan vertical $\mathbb{C}_0 = \{s \in \mathbb{C}\,;\ \mathrm{Re}\, s > 0\}$ et qui admettent une représentation en série de Dirichlet

$$f(s) = \sum_{n=1}^{+\infty} a_n n^{-s}, \text{ avec } \|f\| = \sum_{n=1}^{+\infty} |a_n| < +\infty$$

(c'est l'analogue de l'algèbre de Wiener classique $A^+(\mathbb{T})$ en Analyse Harmonique). Ils étudient les opérateurs de composition, c'est-à-dire les opérateurs définis par $C_\phi(f) = f \circ \phi$, sur cet espace (en fait une algèbre de Banach). Une étude analogue avait été initiée en 1997 par Hedenmalm, Lindvist et Seip pour l'espace de Hilbert $\mathcal{H}_2$ des mêmes fonctions, mais avec la condition $\sum_{n=1}^{+\infty} |a_n|^2 < +\infty$, puis poursuivie par, notamment, J. Gordon et H. Hedenmalm, C. Finet, H. Queffélec et A. Volberg, et F. Bayart. F. Bayart, C. Finet, D. Li et H. Queffélec donnent un critère simple pour la continuité et la compacité de C_ϕ. En particulier, ϕ doit envoyer $\mathbb{C}_0$ dans lui-même si C_ϕ est continu, et ϕ doit envoyer $\mathbb{C}_0$ dans $\mathbb{C}_\delta = \{s \in \mathbb{C}\,;\ \mathrm{Re}\, s > \delta\}$, pour un $\delta > 0$, lorsque C_ϕ est compact. De plus, lorsque $\sum_1^\infty |c_n| < +\infty$, cette condition suffit pour avoir la compacité de C_ϕ. Cela leur permet de donner des exemples explicites : si $\phi(s) = c_0 s + \sum_{n=1}^{+\infty} c_n n^{-s}$, avec $c_0 \in \mathbb{N}$ et $\sum_{n=1}^{+\infty} |c_n| < +\infty$, alors si $\mathrm{Re}\, c_1 \geqslant \sum_{n=2}^{+\infty} |c_n|$ (resp. $\mathrm{Re}\, c_1 > \sum_{n=2}^{+\infty} |c_n|$), $C_\phi \colon \mathcal{A}^+ \to \mathcal{A}^+$ est continu (resp. compact), et c'est nécessaire lorsque $\{n \geqslant 2\,;\ c_n \neq 0\}$ est multiplicativement indépendant. Pourtant, ces conditions ne sont en général pas nécessaires : si $\phi(s) = c_0 s + c_1 + c_r r^{-s} + c_{r^2} r^{-2s}$ avec $r \geqslant 2$, $c_0 \in \mathbb{N}$, $c_r, c_{r^2} > 0$, alors C_ϕ est compact dès que $\mathrm{Re}\, c_1 > \frac{(c_r)^2}{8 c_{r^2}} + c_{r^2}$, et, dans le cas où $c_r \leqslant 4 c_{r^2}$, cette condition est nécessaire à la compacité de C_ϕ (et $\mathrm{Re}\, c_1 \geqslant \frac{(c_r)^2}{8 c_{r^2}} + c_{r^2}$ est nécessaire à sa continuité). Une des preuves données utilise des majorations sur les polynômes d'Hermite. Dans le cas limite $\mathrm{Re}\ c_1 = \frac{(c_r)^2}{8 c_{r^2}} + c_{r^2}$, l'opérateur C_ϕ est continu si et seulement si $c_r \neq 4 c_{r^2}$. Cela montre en particulier que la condition $\phi(\mathbb{C}_0) \subseteq \mathbb{C}_0$ ne suffit pas à assurer la continuité de $\mathbb{C}_\phi$. F. Bayart, C. Finet, D. Li et H. Queffélec déterminent ensuite les opérateurs de composition qui sont des automorphismes de $A^+(\mathbb{T}^k)$, et, sous une condition technique, ceux qui sont des automorphismes de $A^+(\mathbb{T}^\infty)$, ce qui leur permet d'en déduire que ceux qui induisent des automorphismes de $\mathcal{A}^+$ ne sont que les translations verticales. Finalement, ils déterminent les opérateurs de composition isométriques de $A^+(\mathbb{T}^k)$ et $A^+(\mathbb{T}^\infty)$, puis ceux de $\mathcal{A}^+$: ils sont forcément de la forme $\phi(s) = c_0 s + i\tau$, avec $c_0 = 1, 2, \ldots$ et $\tau \in \mathbb{R}$.

D. Li, en collaboaration avec H. Queffélec, a écrit un livre ([OS 2]), sur la structure des espaces de Banach, en privilégiant les aspects issus de l'Analyse et ceux issus des Probabilités. Ce livre a été conçu pour pouvoir être abordé dès le Master. Il comprend 15 chapitres : Notions fondamentales de Probabilités – Bases dans les espaces de Banach – Convergence inconditionnelle – Variables aléatoires banachiques – Type et cotype des espaces de Banach. Factorisation par un espace de Hilbert – Opérateurs p-sommants. Applications – Quelques propriétés des espaces L^p – L'espace ℓ_1 – Sections euclidiennes – Espaces de Banach séparables sans la Propriété d'Approximation – Processus gaussiens – Sous-espaces réflexifs de L^1 – Quelques exemples d'utilisation de la méthode des sélecteurs – Espace des fonctions presque sûrement continues de Pisier. Applications – Annexe : Algèbres de Banach. Groupes abéliens compacts.

Jusqu'en septembre 2001, Fabrice Derrien était rattaché au LPCIA (Laboratoire de Physico-Chimie des Interfaces et Applications). En collaboration avec des physiciens, il a étudié des effets de collimation d'un faisceau laser se propageant dans une cellule de cristal liquide nématique dopé par un colorant. Cela a donné lieu à trois publications dans des revues internationales à comité de lecture en Physique.

Depuis son rattachement au LML, Fabrice Derrien s'intéresse à la caractérisation des fonctions continues sur $\mathbb{R}$ de type positif strict. Il s'agit d'un raffinement du théorème de Bochner qui stipule que les fonctions continues de type positif sont les transformées de Fourier des mesures positives intégrables. Le caractère positif strict se ramène à l'étude des zéros des polynômes trigonométriques complexes. Plus précisément, F. Derrien cherche des conditions sur un ensemble dénombrable de réels pour que tout polynôme trigonométrique s'y annulant soit identiquement nul. Ces travaux en lien étroit avec l'approximation, utilise la théorie de l'uniforme répartition de suites, les fonctions presque-périodiques ou encore le théorème de Levin sur la répartition des zéros des fonctions holomophes presque-périodiques à spectre borné. Ces travaux ont donné lieu à un exposé de séminaire ([1]), et font l'objet d'un article en préparation ([Prép 2]).

Un autre axe de recherche de F. Derrien concerne l'interpolation par les translatées d'une fonction. Il s'agit de donner des conditions sur $\phi\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ afin que la matrice $\big(\phi(x_i - x_j)\big)_{i,j=1}^n$ soit inversible pour tous $x_1 < \cdots < x_n$ et tout $n > 1$. Quelques résultats partiels ont été obtenus lorsque l'on considère ϕ dans la classe des fonctions conditionnellement définies positives (voir [Prép 3]).

Karl G. Grosse-Erdmann a été invité pendant six mois (février à juillet 2004) à l'Université d'Artois. Pendant son séjour au sein du LML, il s'est intéressé à la théorie des opérateurs hypercycliques. Un opérateur T sur un espace vectoriel topologique X est appelé *hypercyclique* s'il existe un vecteur $x \in X$ tel que son orbite $\{x, Tx, T^2x, \ldots\}$ soit dense dans X.

Son premier projet était motivé par une question récente de Bès et Chan. Ils ont demandé si, sur l'espace $\omega = \mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ de toutes les suites complexes, il existe un opérateur hypercyclique qui n'est pas chaotique (c'est-à-dire, qui n'a pas d'ensemble dense de vecteurs périodiques). Comme l'espace ω est très simple et comme on connaît une représentation de tous les opérateurs sur ω, K. Grosse-Erdmann a d'abord commencé, sans succès, par chercher une représentation des opérateurs hypercycliques sur ω. Il a alors trouvé un article de Herzog et

Lemmert qui ont obtenu une caractérisation des opérateurs hypercycliques sur ω. En étudiant leur preuve, il a obtenu le résultat que tout opérateur hypercyclique sur ω satisfait au "critère d'hypercyclicité". Cela correspond à une question majeure dans la théorie de l'hypercyclicité, qui est de savoir si tout opérateur hypercyclique satisfait au critère d'hypercyclicité. L'espace ω est le premier espace où la question a trouvé une réponse positive.

K. Grosse-Erdmann a discuté des problèmes des opérateurs hypercycliques sur ω avec Fabrice Derrien, F. Bayart, et S. Grivaux. Un résultat de ces conversations est dû à Bayart qui a démontré qu'il existe, sur ω, un opérateur avec un sous-espace fermé de dimension infinie de vecteurs hypercycliques. Cependant la question de Bès et Chan reste ouverte.

S. Grivaux et F. Bayart ont récemment introduit un nouveau concept dans la théorie des opérateurs hypercycliques. Ils appellent un opérateur T sur un espace vectoriel topologique X *fréquemment hypercyclique* s'il existe un vecteur $x \in X$ tel que son orbite $\{x, Tx, T^2x, \ldots\}$ rencontre chaque ensemble ouvert non vide U de X "très souvent" dans le sens que la densité inférieure de $\{n \in \mathbb{N} : T^n x \in U\}$ est toujours positive. En collaboration avec Antonio Bonilla, K. Grosse-Erdmann ([Prép 6]) a obtenu une version améliorée du "Critère d'hypercyclicité fréquente" de Bayart et Grivaux et une preuve simplifiée de leur lemme principal. Une nouvelle notion de transitivité, dite *Runge transitivité*, a été introduite, et ils ont montré que chaque opérateur qui est Runge transitif est aussi fréquemment hypercyclique. Ils répondent à une question de Bayart et Grivaux en obtenant une condition faible pour que l'ensemble des vecteurs fréquemment hypercycliques soit maigre dans X.

Elmouloudi Ed-dari a préparé sa thèse au sein du LML sous la direction de D. Li. Il l'a soutenue à Lens le 31 octobre 2003 ([T 3]).

Il a d'abord travaillé sur l'ergodicité : si E est un espace de Banach et T un opérateur linéaire sur E, on peut former les moyennes de Cesàro d'ordre α. T. Yoshimoto, dans *Uniform and strong ergodic theorems in Banach spaces*, Illinois J. Math. 42 (1998) 525–543, avait donné une condition suffisante pour la convergence uniforme de ces moyennes. E. Ed-dari a réussi à trouver la bonne condition, nécessaire et suffisante, pour avoir la convergence uniforme, et il a construit un exemple où la condition de Yoshimoto n'est pas satisfaite, mais où il y a convergence uniforme. Il a aussi obtenu des résultats relatifs à la topologie forte des opérateurs. Cela a donné lieu à deux articles : [ACL 26] et [ACL 32].

Il a travaillé ensuite sur l'indice numérique des espaces de Banach : si E est un espace de Banach, son indice $n(E)$ est la borne inférieure des rayons numériques $v(T) = \sup\{x^*(Tx)\,;\ \|x\| = \|x^*\| = x^*(x) = 1\}$ des opérateurs T sur E de norme $\|T\| = 1$. Il était connu (dans le cas réel) depuis les années 70 que ℓ_1 a pour indice 1 et ℓ_2 a pour indice 0. Aucune estimation n'était connue pour ℓ_p, pour les autres valeurs de $p < \infty$. E. Ed-dari a trouvé un encadrement explicite pour ℓ_p^2 : $M_p/2 \leqslant n(\ell_p^2) \leqslant M_p$, où $M_p = \sup\limits_{t\in[0,1]} \frac{|t^{p-1}-t|}{1+t^p}$, a montré que $n(\ell_p^k)$ décroît vers $n(\ell_p)$, et que $n\big(L^p(\mu)\big) \geqslant n(\ell_p)$, pour toute mesure μ. Cela a donné lieu à un article soumis ([S 2]).

E. Ed-dari a effectué un séjour de trois mois à El Paso (Texas, USA), sur l'invitation de M. A. Khamsi et leur collaboration leur a permis de montrer que $n(\ell_p^k) > 0$, que $n\big(L^p(0,1)\big) = n(\ell_p)$, et que $n(S_1) < 1$, où S_1 est l'espace des opérateurs à trace sur l'espace de Hilbert ℓ_2. Ces résultats forment un article soumis ([S 3]).

E. Ed-dari a été ATER à Besançon en 2001-2002, puis à Lens en 2002-2003.

Ilhab Al-Alam débute (septembre 2004) une thèse ([T 13]) sur les espaces de Müntz, sous la direction conjointe de P. Lefèvre et H. Queffélec (Lille). Il est Allocataire à Lille 1. Emmanuelle Lavergne débute (septembre 2004) une thèse ([T 14]) sur les opérateurs de composition à valeurs vectorielles, sous la direction de D. Li. Elle est Allocataire-Monitrice à Lens.

C. Equipe de Géométrie

L'Equipe de Géométrie s'articule autour de trois thématiques : Géométrie Algébrique, Physique Mathématique et Topologie Algébrique. Les activités en matière de recherche sont décrites ci-dessous sous ces trois intitulés.

C. a. Géométrie Algébrique

Armando Treibich a étudié les courbes associées aux analogues discrets des *solitons elliptiques* de KdV. Il a développé une approche du problème de la réduction KdV discrète et $1D$ Toda, analogue à celle utilisée pour l'étude des revêtements tangentiels hyperelliptiques (*cf.* [ACL 10]). Les notions et résultats de base obtenus dans [ACL 23] sont les suivants. Soit X une courbe elliptique, $q, q' \in X$ et notons $M \to X$ la surface réglée au dessus de X, projectivisée du fibré vectoriel, $E = \mathcal{O}_X \oplus \mathcal{O}_X(q-q')$. En tant que fonction de x, $\Phi_D(x,z)$ est une fonction propre de l'opérateur aux différences $F(x) \mapsto F(x+a) + c_D(x)F(x) + v_D(x)F(x-a)$, où c_D et v_D sont des fonctions doublement périodiques en x (*i.e.*, méromorphes sur X) et $a = q - q' \in X$. En particulier, ce dernier est un opérateur aux différences *finite-gap*. A. Treibich s'intéresse dans [ACL 23] à l'étude des propriétés générales et à la construction de revêtements KdV sécants et Toda sécants, donnant naissance à des solutions doublement périodiques des équations de KdV et $1D$ Toda discrètes. On peut également leur associer des analogues aux différences des opérateurs d.p. de Schrödinger. L'approche *via* la surface réglée particulière $M \to X$ s'avérera fondamentale. A. Treibich obtient alors dans [ACL 23] les résultats suivants :

1) tout revêtement KdV sécant est le quotient d'un revêtement Toda sécant par une involution, et ces derniers se factorisent *via* une surface réglée $M \to X$.

2) tout revêtement Toda sécant, identifié à son image dans M, se projette *via* un quotient de degré 2, $M \to \widetilde{M}$, sur une courbe rationnelle de $\widetilde{M}$, dont on peut calculer la classe d'équivalence numérique. De même, l'image inverse dans M de toute courbe rationnelle $C \subset \widetilde{M}$, dans l'une des classes d'équivalence numériques mentionnées au 2) ci-dessus, définit un revêtement Toda sécant.

3) On se ramène ainsi à étudier les courbes rationnelles dans $\widetilde{M}$. A. Treibich prouve que :

a) pour tout n, il n'y a qu'un nombre fini de revêtements KdV ou Toda sécants de degré n ;

b) le genre g et le degré n d'un revêtement Toda sécant satisfont l'inégalité $g(g+2) \leqslant 4n$; par contre, s'il s'agit d'un revêtement KdV sécant, ils satisfont l'inégalité $g(g+1) \leqslant 2n$.

Dans [ACL 23], A. Treibich obtient des résultats effectifs, dont voici quelques exemples :

4) Soit $((a_i),(b_i)) \in \mathbb{N}^4 \times \mathbb{N}^4$ un double vecteur satisfaisant les congruences suivantes :

$$a_0 + 1 \equiv b_j \mod 2 \quad \text{et} \quad b_0 + 1 \equiv a_j \mod 2\,;$$

alors, quelque soit $j = 1, 2, 3$, il existe un unique revêtement Toda sécant, $Y \to X$, de degré $n = \sum_i (a_i^2 + b_i^2) - 2)$ et de genre $g = \sum_i (a_i + b_i) - 2)$. En choisissant $(a_i) = (b_i)$, on en déduit un revêtement KdV sécant de degré moitié, $n' = n/2$ et de genre moitié $g' = g/2$.

5) Pour chaque choix $(a_i) = (b_i) \in \mathbb{N}^4$ tel que $a_0 + 1 \equiv a_j \mod 2$ quelque soit $j = 1, 2, 3$, on finit en calculant les opérateurs aux différences associés à 8 diviseurs de degré g du revêtement Toda sécant Y ci-dessus. On construit ainsi une famille infinie d'opérateurs aux différences, *finite-gap* et à coefficients doublement périodiques, contenant comme cas particulier l'analogue aux différences de l'opérateur de Lamé.

Le sujet de la thèse de Martial Bourliaud ([T 8]) est le suivant : les résultats concernant les liens entre revêtements tangentiels et sécants d'une part, et les systèmes $C-M$ et $R-S$ elliptiques d'autre part, se généralisent aux systèmes $C-M$ et $R-S$ elliptiques à spin, lesquels sont liés aux solutions matricielles et doublement périodiques en x de KP et $2D$ Toda. M. Bourliaud a obtenu les résultats suivants :

B-1) des équations explicites pour les revêtements en question, comme zéros de polynômes à coefficients des fonctions elliptiques ;

B-2) une caractérisation intrinsèque, ainsi que des formules pour les polynômes obtenus en B-1) ;

B-3) construction de la paire de Lax et les hamiltoniens du système intégrable dont les sous-variétés lagrangiennes coïncident avec les jacobiennes des courbes construites. Pour vérifier que ces hamiltoniens commutent et mettre en évidence la structure symplectique de l'espace des phases, il lui a donc fallu trouver une matrice R appropriée. Avec ce dernier résultat, M. Bourliaud a fait le tour du problème et devrait soutenir sa thèse de Doctorat dans l'année universitaire 2004-2005.

Dans la thèse de Pierre Flédrich [T 5] il s'agit de caractériser et construire les courbes spectrales associées aux solutions doublement périodiques en la variable t, de l'équation de Korteweg-de Vries. En voici le contenu :

F-1) Soit E l'unique fibré vectoriel indécomposable de rang 2 et degré 0 sur la courbe elliptique X, et notons S la surface réglée, $S = P(E) \to X$, projectivisée de E. Notons également $\tau\colon S \to S$ l'involution canonique au dessus de la multiplication par -1 de X, $S^{\perp}$ l'éclatement de S en les 8 points fixes de τ et

$\phi\colon S^{\perp} \to \widetilde{S}$ la projection canonique sur la surface quotient par τ. Alors tout revêtement osculateur hyperelliptique peut être tracé sur $S^{\perp}$ et sa projection dans $\widetilde{S}$ est une courbe rationnelle dont on peut calculer la classe d'équivalence numérique.

F-2) Réciproquement, quelle que soit la courbe rationnelle dans $\widetilde{S}$, dans l'une des classes d'équivalence numériques calculées ci-dessus, son image inverse dans $S^{\perp}$ définit un revêtement osculateur hyperelliptique sur X. Il s'en déduit la propriété générale suivante : le genre g et le degré n d'un tel revêtement doivent satisfaire l'inégalité suivante : $g(g+1) \leqslant 6n-4$.

F-3) Des exemples concrets de tels revêtements (en tout genre $g \leqslant 15$ et degré n tel que $g(g+1) \leqslant 6n-4$) ont été construits. Il était alors naturel de conjecturer l'existence de revêtements osculateurs hyperelliptiques en tout degré n et genre g tels que $g(g+1) \leqslant 6n-4$.

F-4) P. Flédrich a démontré cette conjecture pour le cas $(a_i) = (0, 2m+1, 2m+1, 2m+1)$, $2m+1 \notin 3\mathbb{N}$, obtenant des pinceaux de revêtements osculateurs hyperelliptiques de degré $n = 2m^2+2m+1$ et genre $g = 3m+1$.

F-5) P. Flédrich et A. Treibich ont finalement pu démontrer que cela était encore vrai pour le cas général ([S 7]).

Abdelghani El Mazouni a écrit dans [S 5] une version moderne de résultats obtenus vers 1880 par G. Halphen, à propos des *points infiniments voisins* d'ordre donné d de points de l'espace projectif $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$. Le cas $n=2$, $d \leqslant 9$, variété des points infiniment voisins d'ordre $\leqslant 9$ est paru en 1996. Il s'agit d'associer, à un germe (variable) de courbe analytique de $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$, défini par un germe de fonction analytique $(t \mapsto x(t))$ à valeurs dans $\mathbb{C}^{n+1}$ (au voisinage de 0), des fonctions de t dépendant seulement des dérivées d'ordre $< d$ de x, qui se transforment "essentiellement" en elles-même lorsque l'on modifie le paramètre t ou les coordonnées de $\mathbb{C}^{n+1}$. Il revient au même de chercher les invariants (au sens de Laguerre) d'une équation différentielle linéaire d'ordre $n+1$.

L'idée directrice d'Halphen était de définir une représentation paramétrique intrinsèque (analogue à la représentation par la longueur de l'arc dans le cas des courbes de l'espace euclidien) *i.e.* une fonction multiforme de t qui soit invariante, de degré 0 et de poids 1. Dans le cas $n=2$ une telle fonction est $V^{1/3}U$ où U est le wronskien et V sont les deux premiers invariants (d'ordre respectifs 3 et 6). G. Halphen avait esquissé la définition correspondante pour n quelconque : il s'agit de construire l'analogue de V. On construit pour cela, par élimination, un système globalement invariant d'équations différentielles définissant la courbe normale de degré n de $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$. L'invariant V est l'unique équation d'ordre minimal $n+3$ de ce système. A. El Mazouni donne une description de cet invariant, par récurrence sur n et éclatement (projection du point considéré). La propriété d'invariance est alors immédiate. Une fois construite la représentation paramétrique intrinsèque, on obtient une base d'invariants en formant l'équation différentielle linéaire (unique) vérifiée par l'arc vis-à-vis de cette variable, et normalisée de façon à annuler le coefficient de x'. A. El Mazouni prend alors les dérivées successives des coefficients de ceux-ci et obtient ainsi la rationalité des invariants différentiels d'ordre $\leqslant$ d de $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$, ce qui a des applications à la rationalité de certains espaces de modules de courbes pointées (par exemple : le module des courbes pointées de genre 5).

C. b. Physique Mathématique

Dans le cadre de la *quantification par déformation* (appelée aussi la *théorie du $\star$-produit*) Amine M. El Gradechi, en collaboration avec C. Duval et V. Ovsienko, a examiné la possibilité que l'invariance d'une telle quantification sous l'action d'un groupe de Lie entraîne son unicité. Plus précisément, ils ont montré dans [ACL 33] qu'il existe une unique quantification par déformation G-invariante et homogène sur T^*M pour $G = \mathrm{SL}(n+1, \mathbb{R})$ et $M = \mathbb{R}\mathrm{P}^n$ (resp. $G = \mathrm{SO}_0(p+1, q+1)$ et $M = \mathbb{S}^p \times \mathbb{S}^q/\mathbb{Z}_2$). L'algèbre déformée est dans les deux cas celle des fonctions C^∞ sur T^*M qui sont polynômiales le long des fibres. L'hypothèse d'homogénéité est naturelle pour les fibrés cotangents. Si elle est abandonnée, l'unicité reste vraie à G-équivalences et à reparamétrisations près (ces dernières concernent le paramètre formel intervenant dans le processus de déformation). A. M. El Gradechi et ses collaborateurs obtiennet, en plus, une formule explicite du $\star$-produit G-invariant homogène dans le cas projectif. Pour $n = 1$, celle-ci coïncide avec un membre de la famille de $\star$-produits obtenue précédemment par Cohen, Manin et Zagier.

Dans [S 4], A. M. El Gradechi s'est intéressé à la caractérisation, par des méthodes de la *théorie de Lie*, des opérateurs bi-différentiels $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$-équivariants sur le demi-plan de Poincaré $\mathbb{H}$. L'équivariance est ici relative aux actions standards de $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ sur l'espace des fonctions holomorphes sur $\mathbb{H}$. A. M. El Gradechi montre ainsi que ces opérateurs sont en correspondance biunivoque avec les vecteurs singuliers du produit tensoriel de deux modules de Verma sur $\mathfrak{sl}_2$. Cela lui permet de déterminer les premiers cités explicitement. Il retrouve parmi ceux-ci des opérateurs bien connus qui jouent un rôle important en théorie des nombres et en théorie des invariants. Il décrit également d'autres applicatioons et généralisations du résultat principal.

C. c. Topologie Algébrique

Pascal Lambrechts a étudié la cohomologie des *espaces de lacets libres* sur les variétés simplement connexes. La motivation pour cette étude vient d'une part d'un théorème de Gromoll-Meyer qui garantit que si les nombres de Betti de l'espace de lacets libres $M^{\mathbb{S}^1}$ sont non bornés alors la variété M admet une infinité de géodésiques fermées géométriquement distinctes et, d'autre part, d'un théorème de Gromov qui affirme que (pour une métrique riemannienne générique) la somme des nombres de Betti de degré inférieur à k donne une borne inférieure sur le nombre de géodésiques fermées de longueur inférieure à $C \cdot k$, où C est une constante déterminée par le diamètre et la dimension de la variété M.

Dans [ACL 5], P. Lambrechts démontre que, pour une large classe de variétés (les variétés coformelles), ces nombres de Betti croissent exponentiellement si et seulement si M est rationnellement hyperbolique. Dans [ACL 6], P. Lambrechts montre que si $M = M_1 \# M_2$ est une somme connexe de deux variétés qui ne sont pas des sphères d'homologie mod p alors les nombres de Betti de l'espace de lacets libres sont non bornés. Si de plus l'une de ces variété a une algèbre de cohomolgie non monogène alors les nombres de Betti croissent exponentiellement. Ceci permet de montrer que sur presque toutes les sommes connexes non triviales, il existe une infinité de géodésiques fermées.

Sarah Whitehouse, avec A. Robinson ([ACL 25]), a défini et étudié la *Gamma cohomologie* : une théorie de cohomologie pour les algèbres commutatives, bien adaptée à l'étude des structures E_∞ pour les spectres en anneaux. Cette théorie commence à avoir des applications dans l'étude d'une théorie de Galois pour les spectres en anneaux. S. Whitehouse a etudié dans [ACL 13] une représentation du groupe symétrique, importante pour la construction de la Gamma cohomologie. Ses publications [ACL 24] et [ACL 11] sont aussi liées à l'étude de certaines actions des groupes symétriques.

Dans l'article [ACL 14], en collaboration avec M. Crossley, S. Whitehouse étudie une théorie de cohomologie pour les algèbres de Hopf, en particulier pour l'algèbre de Steenrod.

Dans des travaux en collaboration avec F. Clarke and M. Crossley, S. Whitehouse étudie les opérations en K-*théorie* ([ACL 12], [ACL 55]). Ils ont donné des formules très explicites en utilisant des polynômes de Gauss.

La description explicite d'opérations en K-théorie, obtenue par S. Whitehouse, avec F. Clarke et M. Crossley, dans [ACL 55], lui permet, en collaboration avec I. Gálvez, la comparaison avec l'anneau d'opérations stables en cobordisme ([S 19]) ; ils ont démontré que le centre de l'anneau d'opérations stables en cobordisme est isomorphe à l'anneau d'opérations stables en K-théorie.

Le *genre de Mislin* d'un espace X nilpotent de type fini est l'ensemble des types d'homotopie d'espaces nilpotents de type fini admettant la même p-localisation que X pour tout nombre premier p. Les suites exactes de Zabrodsky sont des outils algébriques qui expriment le genre d'un espace X en fonction de ses auto-applications, lorsque le type d'homotopie rationnelle de X est celui d'un H-espace ou d'un co-H-espace.

Dans [ACL 27], Pierre Ghienne utilise ces méthodes pour étudier le genre des groupes symplectiques $Sp(m)$. Il en donne une borne inférieure, obtenue en déterminant le genre stable des espaces quasi-projectifs quaternioniques $\mathbb{QH}(m)$. Ce résultat est l'analogue de ceux établis dans le cas complexe par Zabrodsky et Mc Gibbon. Par exemple, il conduit aussi à une conjecture affirmant que cette borne inférieure est exactement le genre. La conjecture se vérifie dans le cas de $Sp(3)$, dont P. Ghienne détermine donc complétement le genre. Indépendamment, P. Ghienne termine la classification des types d'homotopie des espaces totaux des fibrés $Sp(m-1)$-principaux de base S^{4m-1}.

Dans [ACL 16], P. Ghienne généralise ces méthodes en construisant une suite exacte de Zabrodsky pour les CW-complexes à trois cellules rationnellement équivalents à un produit de deux sphères $S^k \times S^n$, $n > k \geqslant 2$. Il en déduit, par exemple, le genre de certains fibrés en sphères.

Enfin dans [Prép 4], P. Ghienne fournit des exemples explicites montrant que ces méthodes ne peuvent pas être généralisées à la classe de tous les CW-

complexes finis simplement connexes. Avec des CW-complexes à trois cellules rationnellement équivalents à un produit de deux sphères $S^{2k}k\times S^{2k}$, il exhibe les premiers exemples connus d'espaces simplement connexes finis E pour lesquels le genre de la $\mathbb{P}$-localisation $E_{(\mathbb{P})}$, où $\mathbb{P}$ est un ensemble fini de nombres premiers, n'est pas forcément trivial. Pour calculer explcitement le genre de Mislin de tels espaces, P. Ghienne introduit le nouveau concept de *genre rigide* et il détermine également le *genre faible* des zéro-formes quadratiques binaires entières.

La question de savoir si la *catégorie de Lusternik-Schnirelmann* (ou *LS-catégorie*) d'un espace fini est générique (*i.e.* égale pour deux espaces de même genre) reste ouverte. C'est un problème difficile ayant connu peu d'avancées. Dans [ACL 15], P. Ghienne montre que tous les espaces dans le genre de Mislin de $Sp(3)$ ont même LS-catégorie. Cette affirmation s'obtient comme corollaire d'un résultat montrant qu'un espace E dans le genre de Mislin de $Sp(m)$ peut se décrire, pour tout $1 \leqslant k \leqslant m$, comme espace total d'une fibration $X \to E \to V$, où X est dans le genre de $Sp(m-k)$ et V dans le genre de $Sp(m)/Sp(m-k)$.

Dans [S 8], P. Ghienne étudie la *filtration de Gray* des applications fantômes (*i.e.* nulles une fois restreintes sur les sous-squelettes finis de la source) entre deux espaces, sous le double point de vue de sa caractérisation algébrique et d'une approche utilisant la complétion de Sullivan. Il retrouve ainsi, et compléte, des résultats de Lê Minh Hà, Mc Gibbon, et Strom, avec notamment une description algébrique originale des applications fantômes ayant un indice de Gray infini.

P. Ghienne introduit également une filtration analogue sur les *ensembles* $SNT(X)$ d'espaces ayant, pour tout $n \in \mathbb{N}$, le même n-type qu'un espace fixé X. Cela lui permet de décrire algébriquement la connection naturelle entre applications fantômes et ensembles SNT, et de trouver des exemples génériques d'espaces X tels que la filtration sur $SNT(X)$ comporte un nombre infini d'inclusions strictes.

Avec L. Fernández-Suárez, T. Kahl et L. Vandembrouck, P. Ghienne aborde dans [Prép 5] le concept de *complexité topologique* d'un espace, notion récemment étudiée par M. Farber. Cet invariant homotopique mesure la difficulté pour un espace X donné de répondre au problème suivant, issu de la robotique : si l'on se donne une paire (a, b) de points de X, peut-on produire un chemin reliant ces deux points, et ce d'une manière continue suivant la variable (a, b) ? Cet invariant est très lié à la LS-catégorie de X. Farber a montré que la complexité topologique des sphères impaires est 1 tandis que celle des sphères paires est 2. P. Ghienne et ses co-auteurs introduisent des *invariants de Hopf* appropriés au calcul de la complexité et montrent, par exemple, que la complexité topologique des suspensions ΣX vaut 1 ou 2 suivant la nullité de l'invariant de Hopf classique du crochet de Whitehead $\Sigma(X \wedge X) \to \Sigma X$.

Dans le cadre des *espaces singuliers*, Martin Saralegui-Aranguren a étendu le Théorème de de Rham entre la cohomologie d'intersection et l'homologie d'intersection, aux perversités non classiques ([S 17]). Son étudiant Paul Stienne a aussi étudié la théorie des modèles minimaux dans le cadre de la cohomologie d'intersection ([T 9]). Bien que cette cohomologie ne soit pas directement une algèbre, il a réussi à lui associer de tels modèles, qu'il appelle des *modèles minimaux pervers*. Ils sont bien plus riches que les modèles minimaux classiques car ils sont associés à des filtrations et non à des graduations.

M. Saralegui s'est intéressé à l'étude des *feuilletages riemanniens singuliers* du point de vue cohomologique. Ce type de feuilletages possède localement une structure conique. De ce fait, il a pu, en collaboration avec R. Wolak, étendre la cohomologie d'intersection de Goresky-MacPherson pour faire l'étude de la structure transverse de ce type de feuilletages. Cela a été la naissance de la cohomologie d'intersection basique (BIC) (*cf.* [ACL 54]). M. Saralegui et R. Wolak sont en train d'en étudier les premières propriétés. Ils ont montré que, dans le cas abélien, elle est de dimension finie et vérifie la Dualité de Poincaré ([S 18]). Le cas non abélien est traité dans [Prép 11]. Comme dans le cas régulier, M. Saralegui a, en collaboration avec J. I. Royo-Prieto et R. Wolak, relié la BIC à la minimalité du feuilletage (*cf.* [Prép 10]).

José Ignacio Royo-Prieto, étudiant de M. Saralegui, en co-direction, a construit, pour le cas d'un flot riemannien singulier sur une variété M, une suite de Gysin qui relie la cohomologie de M et la BIC du feuilletage (*cf.* [T 2] ; cette thèse a été partiellement financée par [Rés 12], [Rés 13] et [Rés 11]).

Dans le cas de l'action d'un cercle sur une variété lisse M, M. Saralegui, en collaboration avec A. Roig, a montré comment retrouver un modèle de module différentiel de M à partir des modèles de Sullivan de l'espace d'orbites B et de l'ensemble des points fixes F. Ceci permet de retrouver une partie du type d'homotopie rationnelle de M et entre autres d'établir une nouvelle relation entre certains invariants cohomologiques de M et de F (*cf.* [ACL 9]).

Gabriel Padilla, étudiant en co-tutelle de M. Saralegui, a étudié un type particulier d'actions du cercle sur des espaces stratifiés : les action modelées. Pour une telle action $\Phi\colon \mathbb{S}^1 \times X \to X$ l'espace des orbites B est encore un espace stratifié. Son principal résultat est une suite de Gysin reliant la cohomologie d'intersection de X et celle de B ([T 6]).

Fermín Dalmagro, étudiant de M. Saralegui, en co-direction, étudie la géométrie des actions iterées du tore sur une variété M. Son principal résultat affirme que ce type d'actions produit des actions modelées à chaque étape. Il peut donc étudier la cohomologie de M de façon itérative ([T 7]).

Ces deux thèses ont été partiellement financées par [Rés 14]).

La situation étudiée dans les thèses de G. Padilla ([T 6]) et de Fermín Dalmagro ([T 7]) est bien plus riche que dans le cas où X est une variété car les entrelacs y sont non des sphères mais des espaces stratifiés compacts ! En collaboration avec G. Padilla et J. I. Royo-Prieto, M. Saralegui montre dans [S 16] que l'espace des orbites $X/\mathbb{S}^1$ et la classe d'Euler e continuent à déterminer la cohomologie d'intersection de X. Ils montrent aussi que l'espace des orbites $X/\mathbb{S}^1$ et la classe d'Euler e donnent aussi le type d'homotopie réelle de X. Dans [S 16], ils étudient aussi la cohomologie équivariante d'intersection de X et ils montrent que la cohomologie équivariante d'intersection de X et son type d'homotopie réel sont détéminés par l'espace des orbites $X/\mathbb{S}^1$ et la classe d'Euler. La cohomologie équivariante d'intersection de X est calculable à partir de la cohomologie d'intersection de X à l'aide d'une suite spectrale. Ils montrent qu'il existe une autre suite spectrale qui permet de calculer aussi la cohomologie équivariante d'intersection de X mais qui s'exprime à l'aide de la cohomologie d'intersection de $X/\mathbb{S}^1$.

II.1.2. Utilisation des crédits

Nous ferons le bilan financier à partir de l'année 2002, date de départ de l'actuel Contrat Quadriennal. Par rapport au précédent contrat, une substentielle augmentation de la subvention (qui était de 30 000 Francs) a été accordée, rendant l'année 2001 spécifique.

Le Contrat Quadriennal actuel (2002–2005) a attribué au Laboratoire de Mathématiques de Lens (LML) un budget annuel de 15 500 euros de fonctionnement et 7 000 euros d'équipement.

Depuis le début du Contrat Quadriennal, en 2002, il nous faut distinguer la période 2002–2003 de la suivante. En effet, jusqu'en 2003, l'Université d'Artois versait des subventions à ses laboratoires de recherche. Pour les années 2002 et 2003, elle a versé un total de 8 500 euros au LML. D'autre part, à partir de 2004, N. Karpenko reçoit une subvention spécifique de l'IUF (15 000 euros annuels), en tant que membre junior.

Pour les années 2002 et 2003, le LML a de plus reçu des participations financières du Service des Relations Internationales de l'Université d'Artois. Nous avons aussi obtenu, ponctuellement, diverses subventions pour l'organisation de manifestations scientifiques de la part des Collectivités Territoriales, et du MEN et du CNRS.

Notre budget pour ces deux années a ainsi été d'environ 50 000 euros, se répartisent en :

1. Contrat Quadriennal : 61%
2. Université (dont RI) : 20%
3. Collectivités Territoriales : 13,3%
4. MEN et CNRS : 5,7%.

Nos dépenses de fonctionnement peuvent être réparties en quatre postes : missions, organisation de manifestations scientifiques (colloques, séminaires, *etc...*), et invitations de chercheurs, achats de fournitures (petit matériel informatique, petites fournitures diverses, ...) et dépenses récurrentes (participation à la B2RM, abonnements à MathSciNet et Zentralblatt für Mathematik, participation aux séminaires Lille-Lens). Elles se répartissent comme suit :

1. missions : 44,3%
2. rencontres et invitations : 33,2%
3. fournitures : 10,6%
4. dépenses récurrentes : 11,9%.

Pour l'année 2004, hors IUF, notre budget provenait du Contrat Quadriennal (15 500 euros), plus 1 300 euros des Relations Internationales de notre université. Les dépenses se sont réparties ainsi :
1) en ne comptant pas N. Karpenko :

1. missions (N. Karpenko non compté) : 42,6%
2. rencontres et invitations : 33,3%
3. fournitures : 7,4%
4. dépenses récurrentes : 16,7%.

2) en incluant N. Karpenko :

1. missions (N. Karpenko inclus) : 59%
2. rencontres et invitations : 23,8%
3. fournitures : 5,3%
4. dépenses récurrentes : 11,9%.

Nous pouvons constater que l'essentiel de nos dépenses de fonctionnement est consacré aux missions, invitations et organisations de manifestations scientifiques. Nous remarquons aussi, en 2004, une importante augmentation des missions, en pourcentage des dépenses. Celle-ci est la dotation IUF de N. Karpenko.

Les dépenses d'équipement ont été consacrées pour l'essentiel à l'achat de matériel informatique (ordinateurs, imprimantes, rétro-projecteur,. . .), ainsi qu' à du mobilier de bureau.

II.2. Bilan quantitatif 2001–2004

II.2.1. Articles publiés dans des revues internationales à comité de lecture

2001

[ACL 1] **N. Karpenko**. *Characterization of minimal Pfister neighbors via Rost projectors*, **J. Pure Appl. Algebra** 160 (2001), 195–227.

[ACL 2] **A. Laghribi**. *Certaines combinaisons linéaires de deux formes de Pfister et le problème d'isotropie*, **Doc. Math. DMV**, Quadratic Forms LSU 2001, 219–240.

[ACL 3] **A. Laghribi**. *Hyperbolicité de certaines involutions sur le corps des fonctions d'une quadrique*, **Indag. Mathem. N.S.** 12 (2001), 337–351.

[ACL 4] **A. Laghribi** et **P. Mammone**. *On the level of a quaternion algebra*, **Comm. in Algebra** 29 (2001), 1821–1828.

[ACL 5] **P. Lambrechts**. *The Betti numbers of the free loop space of a connected sum*, **J. London Math. Soc.** 64 (2001), 205–228.

[ACL 6] **P. Lambrechts**. *On the Betti numbers of the free loop space of a coformal space*, **J. Pure Appl. Algebra** 161 (2001), 177–192.

[ACL 7] **P. Lefèvre** et **D. Li**. *Some remarks on Quasi-Cohen sets*, **Colloquium Math.** 89 (2001), 169–178.

[ACL 8] P. Grzeszczuk, **A. Leroy** et J. Matczuk. *Artinian Property of Constants of Algebraic q-Skew Derivations*, **Israel Journal of Math.** 121 (2001), 265–284.

[ACL 9] **M. Saralegi-Aranguren** et A. Roig. *Minimal models for non-free circle actions*, **Illinois Journal of Math.** 44 (2001), 784–820.

[ACL 10] **A. Treibich**. *On hyperelliptic tangential covers and elliptic finite-gap potentials*, **Russian. Math. Surv.** 6 (2001), 1107–1151.

[ACL 11] **S. Whitehouse**. *Symmetric group actions on tensor products of Hopf algebroids*, **Comm. in Algebra** 29 (2001), 3351–3363.

[ACL 12] F. Clarke, M. D. Crossley et **S. Whitehouse**. *Bases for cooperations in K-theory*, **K-theory** 23 (2001), 237–250.

[ACL 13] **S. Whitehouse**. *The integral tree representation of the symmetric group*, **J. Algebraic Comb.** 13 (2001), 317–326.

[ACL 14] M. D. Crossley et **S. Whitehouse**. *Higher conjugation cohomology in commutative Hopf algebras*, **Proc. Edinburgh Math. Soc.** 44 (2001), 19–26.

2002

[ACL 15] **P. Ghienne**. *The Lusternik-Schnirelmann category of spaces in the Mislin genus of* $Sp(3)$, Lusternik-Schnirelmann category and related topics (South Hadley, MA, 2001), 121–126, **Contemp. Math.** 316, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2002.

[ACL 16] **P. Ghienne**. *Le genre de Mislin des espaces rationnellement équivalents à un produit de deux sphères de dimensions différentes*, **Manuscripta Math.** 107(3) (2002), 289–310.

[ACL 17] **N. Karpenko** et A. S. Merkurjev. *Rost projectors and Steenrod operations*, **Doc. Math.** 7 (2002), 481–493.

[ACL 18] **A. Laghribi**. *Certaines formes quadratiques de dimension au plus* 6 *et corps des fonctions d'une quadrique en caractéristique* 2, **Israel J. Math.** 129 (2002), 317–363.

[ACL 19] **A. Laghribi**. *On the generic splitting of quadratic forms in characteristic* 2, **Math. Z.** 240 (2002), 711–730.

[ACL 20] **A. Laghribi** et **P. Mammone**. *Isotropie d'une forme quadratique sur le corps des fonctions d'une quadrique en caractéristique* 2, **Bull. Belg. Math. Soc.** 9 (2002), 167–176.

[ACL 21] **P. Lefèvre**, **D. Li**, H. Queffélec et L. Rodríguez-Piazza. *Lacunary sets and function spaces with finite cotype*, **Journal of Funct. Analysis** 188 (2002), 272–291.

[ACL 22] **D. Li**, H. Queffélec et L. Rodríguez–Piazza. *Some new thin sets in Harmonic Analysis*, **Journal d'Analyse Mathématique** 86 (2002), 105–138.

[ACL 23] **A. Treibich**. *Difference analogs of elliptic KdV solitons and Schrödinger operators*, **Intern. Math. Research Notices** 6 (2002), 313–360.

[ACL 24] **S. Whitehouse**. *Higher conjugations and the Yang-Baxter equation*, **Journal of Algebra** 251 (2002), 914–926.

[ACL 25] A. Robinson et **S. Whitehouse**. *Operads and* Γ*-homology of commutative rings*, **Math. Proc. Cambridge Phil. Soc.** 132 (2002), 197–234.

2003

[ACL 26] **E. Ed-Dari**. *On the* (C, α) *uniform ergodic theorem*, **Studia Math.** 156 (2003), 3–13.

[ACL 27] **P. Ghienne**. *On the Mislin genus of symplectic groups*, **Proc. Lond. Math. Soc.** 87(1) (2003), 247–272.

[ACL 28] **N. Karpenko** et A. S. Merkurjev. *Essential dimension of quadrics*, **Invent. Math.** 153 (2003), no. 2, 361–372.

[ACL 29] **N. Karpenko**. *On the first Witt index of quadratic forms*, **Invent. Math.** 153 (2003), no. 2, 455–462.

[ACL 30] B. Kahn et **A. Laghribi**. A second descent problem for quadratic forms, **K-Theory** 29 (2003), 253–284.

[ACL 31] **P. Lefèvre** et L. Rodríguez-Piazza. *p-Rider sets are q-Sidon sets*, **Proc. Amer. Math. Soc.** 131 (2003), 1829–1838.

2004

[ACL 32] **E. Ed-Dari**. *On the* (C,α) *Cesàro bounded operators*, **Studia Math.** 161 (2004), 163–175.

[ACL 33] C. Duval, **A. M. El Gradechi** et V. Ovsienko. *Projectively and conformally invariant star-products*, **Comm. Math. Phys.** 244 (2004), 3–27.

[ACL 34] **N. Karpenko**. *Third proof of second gap in dimensions of quadratic forms from* I^n, Proceedings of the International Conference on the Algebraic and Arithmetic Theory of Quadratic Forms, Dec. 11–18, 2002, Universidad de Talca, Chile, **Contemp. Math.** 344, 207–213.

[ACL 35] **A. Laghribi**. *Autour des formes quadratiques quasi-voisines*, **Homology Homotopy Appl.** 6 (2004), 5-16.

[ACL 36] **A. Laghribi**. Quasi-hyperbolicity of totally singular quadratic forms, **Contemporary Mathematics** 344 (2004), 237–248.

[ACL 37] D. W. Hoffmann et **A. Laghribi**. *Quadratic forms and Pfister neighbors in characteristic* 2, **Trans. Amer. Math. Soc.** 356 (2004), 4019–4053.

[ACL 38] **A. Laghribi**. *On splitting of totally singular quadratic forms.* **Rend. Circ. Mat. Palermo** 53 (2004).

[ACL 39] **P. Lefèvre**, **D. Li**, H. Queffélec et L. Rodríguez-Piazza. *Some translation-invariant Banach function spaces which contain* c_0, **Studia Math.** 163(2) (2004), 137–155.

[ACL 40] **P. Lefèvre**. *Some new rich subspaces of* C*. Applications*, **Bull. Sci. Math.** 128(9) (2004), 789–801.

[ACL 41] T.Y.Lam et **A. Leroy**. *Wedderburn Polynomials over Division Rings, I.*, **Journal of Pure and Applied Algebra** 186 (2004), 43–76.

[ACL 42] **A. Leroy** et A. Ozturk. *Algebraic and F-Independent Sets in 2-firs*, **Communications in Algebra**, 32(5) (2004), 1763–1792.

[ACL 43] **A. Leroy** et J. Matczuk. *On Induced Modules Over Ore Extensions*, **Communications in Algebra** 32 (2004), 2743–2766.

[ACL 44] C. Finet, **D. Li** et H. Queffélec. *Opérateurs de composition sur l'algèbre de Wiener-Dirichlet*, **C. R. Acad. Sci. Paris, Sér. I** 339 (2004), 109–114.

A paraître

[ACL 45] **N. Karpenko**. *Holes in I^n*, à paraître dans **Ann. Sci. Ecole Norm. Sup.**

[ACL 46] **N. Karpenko**. *Canonical dimension of orthogonal groups*, à paraître dans **Transform. Groups**.

[ACL 47] **N. Karpenko**. *A relation between higher Witt indices*, à paraître dans **Amer. Math. Soc. Transl.**

[ACL 48] **A. Laghribi**. *Involutions en degré au plus* 4 *et corps des fonctions d'une quadrique en caractéristique* 2, à paraître dans **Bull. Belg. Math. Soc.**

[ACL 49] D. W. Hoffmann et **A. Laghribi**. *Isotropy of quadratic forms over the function field of a quadric in characteristic* 2, à paraître dans **Journal of Algebra.**

[ACL 50] **A. Laghribi**. *The norm theorem for totally singular quadratic forms*, à paraître dans **Rocky Mountain J. Math.**

[ACL 51] **A. Laghribi**. *Witt kernels of function field extensions in characteristic* 2, à paraître dans **J. Pure Appl. Algebra**.

[ACL 52] **P. Lefèvre**. *Some characterizations of weakly compact operators on H^∞ and on the disk algebra. Application to composition operators*, à paraître dans **J. of Operator Theory**.

[ACL 53] **A. Leroy** et J. Matczuk. *Goldie Conditions For Ore Extensions*, à paraître dans **Journal of Algebras and Representation Theory**.

[ACL 54] **M. Saralegi-Aranguren** et R. Wolak. *The BIC of a conical fibration*, à paraître dans **Matematicheskije Zamietki** (http://arxiv.org/abs/math.AT/0202013).

[ACL 55] F. Clarke, M.D. Crossley et **S. Whitehouse**. *Algebras of operations in K-theory*, à paraître dans **Topology**.

Articles soumis

[S 1] **M. Bourliaud**. *Analogues aux différences du système de Calogero-Moser à spin*. Soumis pour publication.

[S 2] **E. Ed-Dari**. *On the numerical index of Banach spaces*. Soumis pour publication.

[S 3] **E. Ed-Dari** et M. A. Khamsi. *The numerical index of the L_p space*. Soumis pour publication.

[S 4] **A. M. El Gradechi**. $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$*-equivariant bi-differential operators and Verma modules*. Soumis pour publication.

[S 5] **A. El Mazouni**. *Variété des points infiniment voisins de l'espace et rationalité de certains espaces de modules*, Prépublications de l'Université d'Artois 2004-5. Soumis pour publication.

[S 6] **P. Flédrich**. *Polynômes osculateurs et solutions doublement périodiques en t de KdV*. Soumis pour publication.

[S 7] **P. Flédrich** et **A. Treibich**. *Revêtements osculateurs et surfaces réglées*. Soumis pour publication.

[S 8] **P. Ghienne**. *Phantom maps, SNT-theory, and natural filtrations on* $\varprojlim^1$*-sets*, Prépublication 2003. Soumis pour publication.

[S 9] J. Hurrelbrink, **N. Karpenko** et U. Rehmann. *The minimal height of quadratic forms of given dimension*, Linear Algebraic Groups and Related Structures (Preprint Server) 157 (October 2004), 8 pages.

[S 10] **A. Laghribi**. *Witt kernels of quadratic forms for purely inseparable multiquadratic extensions in characteristic* 2. Soumis pour publication.

[S 11] **A. Laghribi** et **P. Mammone**. *On the norm theorem for semisingular quadratic forms*. Prépublication (2004) (13 pages). Soumis pour publication.

[S 12] **P. Lefèvre** et L. Rodríguez-Piazza. *The union of a Riesz set and a Lust-Piquard set is a Riesz set*. Soumis pour publication.

[S 13] **P. Lefèvre** et L. Rodríguez-Piazza. *Translation invariant spaces and unconditional structure*. Soumis pour publication.

[S 14] **A. Leroy** et J. Matczuk. *Ore Extensions Satisfying a Polynomial Identity*, Soumis pour publication.

[S 15] F. Bayart, C. Finet, **D. Li** et H. Queffélec. *Composition operators on the Wiener-Dirichlet algebra*, Prépublication de l'Université d'Artois 2004-07 (28 pages). Soumis pour publication.

[S 16] G. Padilla, J.I. Royo Prieto et **M. Saralegi-Aranguren**. *Cohomological study of a circle action from a perverse point of view*. Soumis pour publication. http://arxiv.org/ abs/ math.AT/0403100.

[S 17] **M. Saralegi-Aranguren**. *Homologial properties of stratified pseudomanifolds II*. Soumis pour publication.
http://arxiv.org/abs/math.AT/0404130.

[S 18] **M. Saralegi-Aranguren** et R. Wolak . *The BIC of a singular foliation defined by an abelian group of isometries*. Soumis pour publication.
http://arxiv.org/abs/math.DG/0401407.

[S 19] I. Gálvez et **S. Whitehouse**. *Infinite sums of Adams operations and cobordism*. Soumis pour publication.

Autres publications parues

[Aut 1] **N. Karpenko**. *Motives and Chow groups of quadrics with application to the u-invariant (after Oleg Izhboldin)*, Lect. Notes Math. 1835, Proceedings of the Summer School "Geometric Methods in the Algebraic Theory of Quadratic Forms", Lens, June 2000, 103–129, Springer (2004).

[Aut 2] **N. Karpenko**. *Izhboldin's results on stably birational equivalence of quadrics*, Lect. Notes Math. 1835, Proceedings of the Summer School "Geometric Methods in the Algebraic Theory of Quadratic Forms", Lens, June 2000, 151–183, Springer (2004).

[Aut 3] T.Y.Lam et **A. Leroy**. *Wedderburn polynomials over division rings.* Proceedings of the First East Asian Conference on Algebra and Combinatorics, Taipei (Chine), Septembre 2001, ISBN 7-301-05532-3, pp. 186–202 (2002) (En chinois).

Prépublications et articles en préparation

[Prép 1] **J. Burési**. *Cyclicité d'algèbres sous certaines conditions.* Prépublication (Octobre 2002).

[Prép 2] **F. Derrien**. *On strictly positive definite functions.* En préparation.

[Prép 3] **F. Derrien**. *Interpolation by translates of conditionnaly positive definite functions.* En préparation.

[Prép 4] **P. Ghienne**. *Le genre de Mislin des espaces rationnellement équivalents à* $\mathbb{S}^{2k} \times \mathbb{S}^{2k}$. En révision.

[Prép 5] L. Fernández-Suárez, **P. Ghienne**, T. Kahl et L. Vandembrouck. *Topological complexity of suspensions.* En cours de rédaction.

[Prép 6] A. Bonilla et **K.-G. Grosse-Erdmann**. *Frequently hypercyclic operators.* Prépublication (juillet 2004).

[Prép 7] **A. Laghribi.** On the unramified Witt group of a projective quadric. En préparation.

[Prép 8] T.Y.Lam, **A. Leroy** et A. Ozturk. *Wedderburn Polynomials over Division Rings, II.* En préparation (28 pages).

[Prép 9] S.K. Jain, T.Y.Lam et **A. Leroy**. *V-domaines et extensions de Ore.* En préparation.

[Prép 10] J.I. Royo Prieto, **M. Saralegi-Aranguren** et R. Wolak. *Top in the BIC.* VI$^{\text{th}}$ Conference on Geometry and Topology. Krynica (Pologne). Mai 2004. En révision.

[Prép 11] **M. Saralegi-Aranguren** et R. Wolak. *The Poincaré Duality of a Killing foliation.* En révision.

Thèses dirigées par des membres du LML

[T 1] **Adem Ozturk**. *Contribution to the arithmetic of* 2*-firs.* Thèse de Doctorat. Université de Mons-Hainaut (Belgique). **Mai 2003**. Directeur : **A. Leroy**.

[T 2] **José-Ignacio Royo-Prieto**. *Etude cohomologique des flots riemanniens.* Thèse de Doctorat. Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea. **Octobre 2003**. Directeurs : **M. Saralegi-Aranguren** et M. Macho-Stadler (Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea). Situation actuelle : Bourse Post-Doctorale à l'Universidad de Santiago de Compostela.

[T 3] **Elmouloudi Ed-Dari**. *Indice numérique des espaces de Banach. Théorèmes ergodiques pondérés uniformes et forts.* Thèse de Doctorat. **Université d'Artois**. **31 octobre 2003**. Directeur : **D. Li**. Situation actuelle : en recherche de poste.

[T 4] **Jean-Paul Bonnet**. *Un isomorphisme motivique entre deux variétés homogènes projectives sous l'action d'un groupe de type G_2.* Thèse de Doctorat. Université de Lille 1. **Novembre 2003**. Directeurs : J.-C. Douai et **N. Karpenko**. Situation actuelle : ATER à l'Université de Lille 1.

[T 5] **Pierre Flédrich**. *Revêtements 3-tangentiels et solutions doublement périodiques en t de Korteweg-de Vries.* Thèse de Doctorat. **Université d'Artois**. **Décembre 2003**. Directeur : **A. Treibich**. Situation actuelle : Professeur Agrégé dans le Secondaire.

[T 6] **Gabriel Padilla**. *Cohomologie d'intersection des actions stratifiées du cercle* $\mathbb{S}^1$. Thèse de Doctorat. Universidad Central de Venezuela et **Université d'Artois**. **Janvier 2004**. Directeurs: **M. Saralegi-Aranguren** et D. Flores (Universidad Central de Venezuela). Situation actuelle : Maître de Conférences à l'Universidad Central de Venezuela.

[T 7] **Fermín Dalmagro**. *Actions itérées du cercle*. Thèse de Doctorat. Universidad Central de Venezuela. **Novembre 2004**. Directeurs : **M. Saralegi-Aranguren** et R. Popper (Universidad Central de Venezuela). Situation actuelle : Maître de Conférences à l'Universidad Central de Venezuela.

[T 8] **Martial Bourliaud**. *Analogues discrets et matriciels des solitons elliptiques de KP*. Thèse de Doctorat (*en cours*). Université d'Artois. Directeur : **A. Treibich**. Situation actuelle : Professeur Agrégé dans le Secondaire.

[T 9] **Paul Stienne**. *Modèles minimaux pervers*. Thèse de Doctorat *en cours*. Directeur : **M. Saralegi-Aranguren**. Situation actuelle : Professeur Agrégé dans le Secondaire.

[T 10] **Jonathan Delenclos**. *Fonctions symétriques non commutatives – Polynômes de Wedderburn*. Directeur : **A. Leroy**. Début de la thèse : septembre 2002. Financement : Allocataire-moniteur à l'Université d'Artois.

[T 11] **Mélanie Raczek**. *Algèbres à involutions et groupes classiques*. Directeurs : **N. Karpenko** et J.-P. Tignol. Début de la thèse : septembre 2003. Financement : Assistante à Louvain-la-Neuve (Belgique).

[T 12] **Jean-Charles Dupriez**. *Anneaux ayant la propriété FZP*. Directeur : **A. Leroy**. Début de la thèse : septembre 2003. Situation actuelle : Professeur Agrégé dans le Secondaire.

[T 13] **Ilhab Al-Alam**. *Géométrie des espaces de Müntz*. Directeurs : **P. Lefèvre** et H. Queffélec. Début de la thèse : septembre 2004. Financement : Allocataire à Lille 1.

[T 14] **Emmanuelle Lavergne**. *Opérateurs de composition à valeurs vectorielles*. Directeur : **D. Li**. Début de la thèse : septembre 2004. Financement : Allocataire-monitrice à l'Université d'Artois.

Articles issus des thèses non soutenues à l'Université d'Artois, mais co-dirigées par des membres du LML

[Art 1] **J.-P. Bonnet**. *Un isomorphisme motivique entre deux variétés homogènes projectives sous l'action d'un groupe de type G_2*, **Doc. Math.** 8 (2003), 247–277.

[Art 2] **J.I. Royo Prieto**. *The Euler class for riemannian flows.*, **C.R.A.S.** 332 (2001), 45–50.

[Art 3] **J.I. Royo Prieto** et **M. Saralegi-Aranguren**. *Cohomology of Riemannian Flows*, **Publicaciones de la RSME**, 3 (2001) , 181–193.

[Art 4] **J.I. Royo Prieto**. *The Gysin sequence for Riemannian flows*, International Congress on Differential Geometry in memory of Alfred Gray. Bilbao, 2000. **Contemporary Mathematics** 288 (2001), 415–419.

[Art 5] **G. Padilla**. *On Normal Stratified Pseudomanifolds*, à paraître dans **Extracta Mathematica**. http://arxiv.org/abs/math.AT/0210022.

[Art 6] **G. Padilla**. *Intersection Cohomology of $\mathbb{S}^1$-Actions on Pseudomanifolds*, à paraître dans **Indagationes Mathematica**. http://arxiv.org/abs/math.AT/0303140.

[Art 7] **G. Padilla**. *The Gysin Sequence for $\mathbb{S}^1$-actions on stratified pseudomanifolds*, à paraître dans **Illinois J. Math.** http://arxiv.org/abs/math.AT/0305267

[Art 8] **F. Dalmagro**. *Equivariant unfoldings of G-stratified pseudomanifolds*, à paraître dans **Extracta Mathematica**. http://arxiv.org/abs/math.AT/0312213.

Habilitations à Diriger des Recherches soutenues au sein du LML

[HDR 1] **A. Laghribi**. *Corps de fonctions de quadriques sur un corps de caractéristique quelconque*. Habilitation à Diriger des Recherches. Mars 2001.

[HDR 2] **P. Lambrechts**. *Quelques applications des méthodes de l'homotopie rationnelle à des problèmes de géométrie et de topologie*. Habilitation à Diriger de Recherches. Janvier 2001.

[HDR 3] **G. Berhuy**. *Invariants de structures algébriques*. Habilitation à Diriger des Recherches. Septembre 2004.

II.2.3. Communications avec actes

[ACT 1] **N. Karpenko**. *Motives and Chow groups of quadrics with application to the u-invariant (after Oleg Izhboldin).* Mini-cours "Geometric Methods in the Algebraic Theory of Quadratic Forms", Lens, Juin 2000.

[ACT 2] **N. Karpenko**. *Izhboldin's results on stably birational equivalence of quadrics.* Mini-cours "Geometric Methods in the Algebraic Theory of Quadratic Forms", Lens, Juin 2000.

[ACT 3] T.Y.Lam et **A. Leroy**. *Wedderburn polynomials over division rings.* First East Asian Conference on Algebra and Combinatorics, Taipei (Chine), Septembre 2001.

II.2.4. Communications dans des Séminaires

[COM 1] **F. Derrien**. *Fonctions de type positif strict sur* $\mathbb{R}$. Séminaire d'Analyse Fonctionnelle de Lille I. Janvier 2004.

[COM 2] **A. M. El Gradechi**. *Opérateurs différentiels équivariants.* Séminaire MQG. Université Aix-Marseille 2. Novembre 2001.

[COM 3] **A. M. El Gradechi**. *Quantification par déformation projectivement invariante.* Séminaire Artois/Lille1 de Physique Mathématique. Novembre 2002.

[COM 4] **A. M. El Gradechi**. *Opérateurs différentiels et représentations de plus haut poids.* Séminaire Artois/Lille1 de Physique Mathématique. Octobre 2003.

[COM 5] **A. M. El Gradechi**. *Quantification par déformation projectivement invariante.* Séminaire de Mathématiques. Université de Poitiers. Novembre 2003.

[COM 6] **P. Ghienne**. *The Mislin genus of symplectic groups.* E.T.H. Zürich. Janvier 2001.

[COM 7] **P. Ghienne**. *Le genre de Mislin des espaces rationnellement équivalents à un produit de deux sphères.* Université de Nice. Février 2001.

[COM 8] **P. Ghienne**. *The Mislin genus of spaces rationnally equivalent to a product of two spheres.* Université de Barcelona. Mars 2001.

[COM 9] **N. Karpenko**. *Quasi-excellente quadratische Formen.* Universität Münster (Allemagne), 08.11.2001.

[COM 10] **N. Karpenko**. *Methods of algebraic geometry in the algebraic theory of quadratic forms.* Max-Planck-Institut für Mathematik in Bonn (Allemagne), 22.11.2001.

[COM 11] **N. Karpenko**. *Equivalence birationnelle stable des formes quadratiques.* Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve (Belgique), 10.12.2001.

[COM 12] **N. Karpenko**. *Equivalence birationnelle stable des formes quadratiques.* Université des Sciences et Technologies de Lille (France), 12.12.2001.

[COM 13] **N. Karpenko**. *Equivalence birationnelle stable des formes quadratiques de dimension 9.* Université de Franche-Comté à Besançon (France), 10.01.2002.

[COM 14] **N. Karpenko**. *Equivalence birationnelle stable des formes quadratiques et dimension du motif de Rost.* Séminaire "Variétés rationnelles" de ENS/Paris-11 (France), 11.01.2002.

[COM 15] **N. Karpenko**. *Equivalence birationnelle stable des formes quadratiques des dimensions jusqu'à 9.* Université de Grenoble (France), 22.05.2002.

[COM 16] **N. Karpenko**. *Démonstration de la conjecture de Hoffmann sur le premier indice de Witt des formes quadratiques.* Université de Grenoble (France), 23.05.2002.

[COM 17] **N. Karpenko**. *Sur les valeurs du premier indice de Witt des formes quadratiques.* Université de Paris-11, Orsay (France), Séminaire de Géométrie Arithmétique, 15.10.2002

[COM 18] **N. Karpenko**. *Dimension essentielle des quadriques.* Séminaire "Variétés rationnelles" de ENS/Paris-11 (France), 22.11.2002.

[COM 19] **N. Karpenko**. *Indices de Witt supérieurs de formes quadratiques et opérations de Steenrod.* Université de Paris-13, 17.01.2003.

[COM 20] **N. Karpenko**. *Quadratische Formen über Körpern.* Universität Essen (Allemagne), 24.04.2003.

[COM 21] **N. Karpenko**. *Quadratic forms and algebraic cycles.* University of Alberta, Edmonton (Alberta, Canada), 02.10.2003.

[COM 22] **N. Karpenko**. *Holes in I^n.* Tata Institute of Fundamental Research, Mumbai (India), 31.12.2003 et 01.01.2004.

[COM 23] **A. Laghribi**. *Un nouveau problème de descente pour les formes quadratiques.* Séminaire interuniversitaire d'Algèbre de l'Université Catholique de Louvain, Décembre 2001.

[COM 24] **A. Laghribi**. *Some descent problems for quadratic forms*. Séminaire Algebraische Gruppen, Universität Bielefeld (Allemagne), Février 2003.

[COM 25] **P. Lambrechts**. *Espace de lacets libres et nombre de géodésiques fermées sur une somme connexe de variétés*. Séminaire à l'Université de Lausanne. Avril 2001.

[COM 26] **P. Lambrechts**. *LS-category and its applications*. AMS. Mount Holyoke (USA). Juillet 2001.

[COM 27] **P. Lefèvre**. *Sur l'espace des séries de Fourier aléatoires*. Séminaire d'Analyse Fonctionnelle. Université d'Orléans, 16 octobre 2001.

[COM 28] **P. Lefèvre**. *Quelques remarques sur les ensembles Quasi-Cohen*. Séminaire d'Analyse Fonctionnelle. Université de Lille I, 09 novembre 2001.

[COM 29] **P. Lefèvre**. *Sous-espaces riches de fonctions continues*. Séminaire d'Analyse Fonctionnelle. Université de Lille I, 14 mars 2003.

[COM 30] **P. Lefèvre**. *Sous-espaces riches de fonctions continues*. Journée d'Analyse Fonctionnelle. Université de Mons (Belgique), 26 mai 2003.

[COM 31] **P. Lefèvre**. *Opérateurs faiblement compacts sur H^∞ et sur l'algèbre du disque : cas des opérateurs de composition*. Séminaire d'Analyse Fonctionnelle. Université de Lille I, octobre 2003.

[COM 32] **P. Lefèvre**. *Nouvelles classes d'ensembles de Riesz*. Séminaire d'Analyse Fonctionnelle. Université de Lille I, 19 mars 2004.

[COM 33] **P. Lefèvre**. *Nouvelles classes d'ensembles de Riesz*. Séminaire d'Analyse Fonctionnelle. Université de Paris VI, 8 avril 2004.

[COM 34] **P. Lefèvre**. *Invariant means and new Riesz sets*. Seminario Análisis Matemático. Universidad de Sevilla (Espagne), 8 juin 2004.

[COM 35] **A. Leroy**. *Algèbres de Hopf semi-simples finidimensionnelles*. Varsovie (Pologne), avril 2001.

[COM 36] **A. Leroy**. *Panorama sur les algèbres de Hopf semi-simples finidimentionnelles*. Caen, mai 2001.

[COM 37] **A. Leroy**. *Polynômes de Wedderburn*. Séminaire d'Algèbre de Louvain-la-Neuve (Belgique), novembre 2001.

[COM 38] **A. Leroy**. *Arithmétique des 2-firs*. Séminaire d'Algèbre. Valenciennes, printemps 2002.

[COM 39] **A. Leroy**. *Racines des polynômes gauches à coefficients dans un anneau à division*. Mons (Belgique), mai 2002.

[COM 40] **A. Leroy**. *Polynômes des Wedderburn.* Varsovie (Pologne), janvier 2003.

[COM 41] **A. Leroy**. *Factorisation sur des corps gauches.* Séminaire d'Algèbre d'Amiens, janvier 2003.

[COM 42] **A. Leroy**. *De nouveaux résultats sur les polynômes des Wedderburn.* Varsovie (Pologne), juin 2003.

[COM 43] **A. Leroy**. *Factorisations non commutatives.* Varsovie (Pologne), janvier 2004.

[COM 44] **D. Li**. *Quelques exemples d'espaces de Banach contenant* c_0. Séminaire d'Analyse Fonctionnelle Besançon, 25 mars 2003.

[COM 45] **D. Li**. *Composition operators on Banach spaces of Dirichlet series.* Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas (IVIC), Caracas (Venezuela), 21 janvier 2004.

[COM 46] **M. Saralegi-Aranguren**. *Théorème de de Rham pour la cohomologie d'intersection.* Séminaire de Topologie Algébrique. Université de Louvain-la-Neuve. Janvier 2002.

[COM 47] **M. Saralegi-Aranguren**. *Cohomología equivariante de intersección.* Séminaire de Géométrie. Universidad Central de Venezuela. Janvier 2004.

[COM 48] **A. Treibich**. *Vacuum curves and Yang-Baxter equation.* Departamento de Matemática. Córdoba (Argentina). Mai 2002.

[COM 49] **A. Treibich**. *Revêtements KdV-sécants et opérateurs aux différences.* Séminaire Artois/Lille1 de Physique Mathématique, mars 2001.

[COM 50] **A. Treibich**. *Vacuum curves and Sklyanin algebras.* Centro de Matemática. Montevideo. Mai 2002.

[COM 51] **A. Treibich**. *Finite-gap doubly periodic Schrodinger operators.* Instituto de Matemática. Montevideo. Mai 2002.

[COM 52] **A. Treibich**. *Analogue aux différences de l'opérateur de Lamé et revêtements sécants.* Séminaire Groupes Quantiques de l'Ecole Polytechnique. Paris. Janvier 2002.

[COM 53] **A. Treibich**. *The spectral curves of the 1D Toda discrete equation and their geometric characterization.* Departamento de Matemática. Universidad de Buenos Aires. Octobre 2003.

[COM 54] **A. Treibich**. *Integrable systems associated to KdV & KP solutions doubly periodic in* t. Departamento de Matematica. Universidad de Bahía Blanca (Argentina). Octobre 2003.

[COM 55] **A. Treibich**. *Secant covers and difference analogs of the Lamé operator*. Séminaire de Mathématiques. Université Hebraique de Jerusalem. Janvier 2004.

[COM 56] **A. Treibich**. *Compact Riemann Surfaces, theta functions of jacobian varieties and classical P.D.E.'s. Doubly periodic* (*d.p.*) *Kadomtsev-Petviashvili and Korteweg-de Vries solutions, the Calogero-Moser integrable system and jacobian varieties containing an elliptic curve. On ramified covers of an elliptic curve, giving rise to d.p. solutions of some classical P.D.E.'s. Divisors on a ruled surface over an elliptic curve and general properties of the associated ramified covers and d.p. solutions. Rational curves on some rational algebraic surfaces and the efective calculation of the d.p. Schrödinger operators attached to the corresponding hyperelliptic tangential covers.* Mini-cours sur les liens entre les solitons elliptiques de KdV et les opérateurs finite-gap et doublement périodiques de Schrödinger, ainsi que la construction des courbes spectrales associées. International School for Advanced Studies. Trieste. Juillet-Août 2004.

[COM 57] **A. Treibich**. *Curves and their jacobians. Interval exchange maps, compact Riemann Surfaces and very flat Surfaces.* Cours sur les Vacuum curves el l'équation de Yang-Baxter. Instituto de Matemática. Montevideo. Novembre 2004.

[COM 58] **S. Whitehouse**. *Spectres et Homologie.* Colloquium. Amiens. Janvier 2001.

[COM 59] **S. Whitehouse**. Lecture series on *(Co)operations in K-theory.* Louvain-la-Neuve. Février 2002.

[COM 60] **S. Whitehouse**. *Polynômes de Gauss et opérations en K-théorie.* Colloquium. Valenciennes. Mars 2002.

II.2.5. Conférences dans des congrès (INV).

[INV 1] **P. Ghienne**. *The Mislin genus of spaces rationnally equivalent to a product of two spheres.* Congrés BMS-DMV à l'Université de Liège, juin 2001.

[INV 2] **P. Ghienne**. *The Mislin genus of spaces rationnally equivalent to a product of two spheres.* Euro Ph.D. Topology Conference. Barcelona, juillet 2001.

[INV 3] **P. Ghienne**. *Phantom maps and SNT-theory.* Mid-Term Meeting du Réseau Modern Homotopy Theory. Louvain-la-Neuve, janvier 2002.

[INV 4] **P. Ghienne**. *Phantom maps and SNT-theory.* Congrès Modern Homotopy Theory. Lille, juin 2002.

[INV 5] **N. Karpenko**. *On the first Witt index.* Conference on Quadratic Forms and Related Topics, Louisiana State University, Bâton Rouge (USA), 26–30.03.2001.

[INV 6] **N. Karpenko**. *Use of Chow groups in the algebraic theory of quadratic forms.* Workshop on Galois Cohomology and Linear Algebraic Groups, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (Suisse), 24–28.06.2002.

[INV 7] **N. Karpenko**. *Steenrod operations in the Chow theory of quadrics.* Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (Allemagne), Tagung "Quadratic Forms and Algebraic Groups", 12–18.05.2002.

[INV 8] **N. Karpenko**. *Quadratic forms and algebraic cycles.* International Conference on The Algebraic and Arithmetic Theory of Quadratic Forms, Universidad de Talca, Talca (Chile), 11–18.12.2002.

[INV 9] **N. Karpenko**. *Dimensions of anisotropic quadratic forms: a survey.* Workshop "Algebraic groups, quadratic forms, and related topics, Université de Franche-Comté à Besançon (France), 30.06–04.07.2003.

[INV 10] **N. Karpenko**. *Dimension of anisotropic quadratic forms lying in I^n.* BIRS Workshop : Quadratic Forms, Algebraic Groups, and Galois Cohomology ; Banff International Research Station, Banff (Alberta, Canada), 4–9.10.2003.

[INV 11] **N. Karpenko** *Holes in I^n.* Workshop on Linear Algebraic Groups, Quadratic Forms And Related Topics, Eilat (Israel), 1–5.02.2004.

[INV 12] **N. Karpenko**. *Cycles on powers of quadrics.* Workshop on Quadratic Forms, Algebras with Involution and Algebraic K-Theory. University of Nottingham, 13–15.05.2004.

[INV 13] **N. Karpenko**. *Canonical dimension of orthogonal groups.* University of Western Ontario, London (Canada), 19-20.08.2004.

[INV 14] **A. Laghribi**. *A new descent problem for quadratic forms.* Conférence "Quadratic forms and related topics", Bâton Rouge, Louisianne, USA, 2001.

[INV 15] **A. Laghribi**. *Hyperbolicity of involutions over function fields of quadrics.* Conférence "K-Theory and linear algebraic groups", Duisburg (Allemagne), 2001.

[INV 16] **A. Laghribi**. *Isotropie des involutions sur les corps de fonctions de quadriques.* Deuxième Conférence internationale d'algèbre et théorie des nombres, Fès (Maroc), 2001.

[INV 17] **A. Laghribi**. *Hoffmann's theorem in characteristic* 2. Conférence "Linear algebraic groups and quadratic forms", Oberwolfach (Allemagne), 2002.

[INV 18] **A. Laghribi**. *Sur le déploiement des formes quadratiques en caractéristique* 2. Journée sur les formes quadratiques, École Normale Supérieure de Paris, 2002.

[INV 19] **A. Laghribi**. *Generalized Pfister forms and splitting of quadratic forms in characteristic* 2. Conférence "The algebraic and arithmetic theory of quadratic forms", Talca (Chili), 2002.

[INV 20] **A. Laghribi**. *Sur les formes quadratiques à déploiement maximal en caractéristique* 2. Mini-cours sur les formes quadratiques, Lens, 2003.

[INV 21] **A. Laghribi**. *Autour des formes quadratiques quasi-voisines.* Groupe de Contact, Université Catholique de Louvain, 2003.

[INV 22] **A. Laghribi**. *Witt kernels of function field extensions in characteristic* 2. Conférence "Linear algebraic groups, quadratic forms and related topics", Eilat (Israël), 2004.

[INV 23] **P. Lambrechts**. *On the rational homotopy type of the complement of a subpolyhedron in a manifold.* Euro Ph.D. Topology Conference. Barcelona, juillet 2001.

[INV 24] **P. Lambrechts**. *Comment déterminer le complémentaire d'un sous-polyèdre dans une variété.* Nantes Conference on Algebraic Topology, septembre 2001.

[INV 25] **D. Li**. *Sidon sets and some random processes : a result of Rodríguez-Piazza.* EU Research Training Network "Classical analysis, operator theory, geometry of Banach spaces, their interplay, and their applications", general meeting, Saint-Pétersbourg (Russie), 13–17 mai 2001.

[INV 26] **P. Mammone**. *Sur le niveau des algèbres de quaternions.* Université de Mons, 2001.

[INV 27] **P. Mammone**. *Sur le u-invariant d'un corps.* Locarno, 2003.

[INV 28] **P. Mammone**. *Le niveau des algèbres de quaternions.* Palerme, 2004.

[INV 29] **P. Mammone**. *Mini-cours sur les algèbres étales.* Palerme, 2004.

[INV 30] **M. Saralegi-Aranguren**. *Homología de interseción y Formas perversas.* X Encuentros de Topología. Bilbao, mai 2003.

[INV 31] **M. Saralegi-Aranguren** et R. Wolak. *The Basic Intersection Cohomology of Singular Riemannian Foliations.* International Meeting AMS-RSME. Sevilla (Espagne), juin 2003.

[INV 32] **M. Saralegi-Aranguren** et R. Wolak. *The Basic Intersection Cohomology of Singular Riemannian Foliations.* VI$^{\text{th}}$ Conference on Geometry and Topology. Krynica (Pologne), mai 2004.

[INV 33] **S. Whitehouse**. *Gaussian Polynomials and Bases for Co-operations in K-theory.* Workshop on Homotopy Theory. Max Planck Institute. Bonn, mars 2001.

[INV 34] **S. Whitehouse**. *Bases for Co-operations in K-theory.* Euro Ph.D. Topology Conference. Barcelona, juillet 2001.

[INV 35] **S. Whitehouse**. *Bases for Co-operations in K-theory.* Nantes Conference on Algebraic Topology, septembre 2001.

[INV 36] **S. Whitehouse**. *Bases for Co-operations in K-theory.* Oberwolfach Topology Meeting. Oberwolfach, septembre 2001.

[INV 37] **S. Whitehouse**. *Operations and Cooperations in p-local K-theory.* Northwestern University International Conference on Algebraic Topology. Evanston, mars 2002.

[INV 38] **A. Treibich**. *Solitons elliptiques de KdV, revêtements tangentiels hyperelliptiques.* VI Congreso A. Monteiro. Universidad Nacional del Sur (Bahía Blanca - Argentina). *Main speaker*, juillet 2001.

II.2.6. Ouvrages scientifiques

[OS 1] **N. Karpenko**. *Cycles on powers of quadrics*, Mathematisches Institut, Seminars 2003/04, Universitätsverlag Göttingen (2004).

[OS 2] **D. Li** et H. Queffélec. *Introduction à l'étude des espaces de Banach – Analyse et Probabilités*, **Cours Spécialisés** 12 (2004), xxiv + 627 pages, Société Mathématique de France.

II.2.10. Autres activités internationales

Organisation de manifestations scientifiques

[Org 1] Mini-cours "Formes Quadratiques et groupes de Witt", organisé par **J. Burési, N. Karpenko, P. Mammone**, et J.-P. Tignol (Louvain), avec la participation du Réseau Européen de K-théorie et Groupes Algébriques linéaires (50 participants). Conférenciers : J.-L. Colliot-Thélène (Paris XI), A. Merkurjev (Los Angeles, Californie, USA), I. Panin (Saint-Pétersbourg, Russie). Lens, juin 2001.

[Org 2] Journée d'Algèbre organisée par **A. Leroy**. Lens, juin 2001.

[Org 3] Mini-Cours sur "Characteristic Classes in Topology and Geometry". Organisé par l'Université d'Artois (**S. Whitehouse**) et l'Université Catholique de Louvain-la-Neuve, mai 2002.

[Org 4] Colloque international, *Courbes spectrales et systèmes intégrables*. Organisé par l'Université d'Artois (**A. Treibich**) et l'Université de Lille 1, juin 2003.
http://www.ams.org/mathcal/info/ 2003_jun23-27_lille.html.

[Org 5] Mini-cours "Formes Quadratiques", organisé par **J. Burési, N. Karpenko, P. Mammone**, et J.-P. Tignol (Louvain), avec la participation du Réseau Européen de K-théorie et Groupes Algébriques linéaires (60 participants). Conférenciers : D. Leep (Kentucky, USA), A. Merkurjev (Los Angeles, USA), F. Morel (Paris VII). Lens, 24–26 Juin 2003.

[Org 6] Journées d'Analyse Fonctionnelle et Harmonique (congrès du GDR), organisées par **P. Lefèvre** et **D. Li** (50 participants). Lens, 15–17 septembre 2003.

[Org 7] Journée d'Algèbre organisée par **A. Leroy**. Lens, novembre 2003.

[Org 8] Mini-cours "Formes Quadratiques", organisé par **J. Burési, N. Karpenko, P. Mammone**, et J.-P. Tignol (Louvain), avec la participation du Réseau Européen de K-théorie et Groupes Algébriques linéaires (65 participants). Conférenciers : J.-L. Colliot-Thélène (Paris XI), A. Merkurjev (Los Angeles, USA); R. Parimala (Tata Institute, Inde), A. Pfister (Mainz, Allemagne), A. Suslin (Northwestern, USA). Lens, 21–25 Juin 2004.

Participation aux Congrès, et autres manifestations scientifiques

[Cong 1] **J. Burési**. *Conférence du Réseau Européen de K-théorie et groupes algébriques linéaires*. Duisbourg. 9–15 septembre 2001.

[Cong 2] **J. Burési**. *Conférence du Réseau Européen de K-théorie et groupes algébriques linéaires*. Lausanne. 29 avril–3 mai 2002.

[Cong 3] **J. Burési**. *Conférence du Réseau Européen de K-théorie et groupes algébriques linéaires*. Besançon. 30 juin–4 juillet 2003.

[Cong 4] **F. Derrien**. *Fifth International Conference on Curves and Surfaces.* Saint-Malo. 27 Juin 27 - 23 Juillet 2002.

[Cong 5] **A. M. El Gradechi**. *Géométrie de dimension infinie et application à la théorie des champs.* CIRM. Luminy. Novembre 2002.

[Cong 6] **A. M. El Gradechi**. *Poisson geometry, deformation quantization and group representation.* Bruxelles. Juin 2003.

[Cong 7] **A. M. El Gradechi**. *Deformation quantization and elliptic algebras.* Dijon. Mars 2004.

[Cong 8] **A. M. El Gradechi**. *K-theory and noncommutative geometry.* Paris. Juillet 2004.

[Cong 9] **A. El Mazouni**. *Invariant Geometry.* Lille. Juin 2003.

[Cong 10] **A. El Mazouni**. *Conference in honour of Joseph Le Potier, Christian Peskine.* Paris. Juin 2004.

[Cong 11] **A. Laghribi**. "*Algebraic K-theory and its applications.*" Trieste, Juillet 2002.

[Cong 12] **P. Lambrechts**. Colloque de Topologie Algébrique. GDR 1100. Nantes. Septembre 2001.

[Cong 13] **A. Leroy**. *PI ring theory.* Barcelone (Espagne). Juillet 2003.

[Cong 14] **A. Leroy**. . Alden-Biesen (Belgique). Septembre 2003.

[Cong 15] **A. Leroy**. . Alden-Biesen (Belgique). Août 2004.

[Cong 16] **D. Li**. Congrès général annuel de l'EU Research Training Network "Classical analysis, operator theory, geometry of Banach spaces, their interplay, and their applications", Saint-Pétersbourg (Russie), 13–17 mai 2001.

[Cong 17] **D. Li**. Congrès annuel du GDR "Analyse Fonctionnelle et Harmonique," Lyon, novembre 2001.

[Cong 18] **D. Li**. Congrès général annuel de l'EU Research Training Network "Classical analysis, operator theory, geometry of Banach spaces, their interplay, and their applications", Biarritz (France), 2–7 mai 2002.

[Cong 19] **D. Li**. Congrès annuel du GDR "Analyse Fonctionnelle et Harmonique," Besançon, septembre 2002.

[Cong 20] **D. Li**. Congrès annuel du GDR "Analyse Fonctionnelle et Harmonique," Lens, septembre 2003 (Organisateur).

[Cong 21] **D. Li**. Second International Course of Mathematical Ananlysis in Andalucía, Granada (Espagne), 20–24 septembre 2004.

[Cong 22] **M. Saralegi-Aranguren**. Colloque de Topologie Algébrique. GDR 1100. Nantes. Septembre 2001.

[Cong 23] **S. Whitehouse**. Colloque de Topologie Algébrique. GDR 1100. Nantes. Septembre 2001.

Séjour à l'étranger

[Séj 1] **N. Karpenko**. Deux mois en octobre-décembre 2001 au Max-Planck Institut für Mathematik, Bonn (Allemagne) – Un mois en décembre 2003 et janvier 2004 au Tata Institute of Fundamentasl Research (Mumbai, Inde) – Trois mois en octobre-décembre 2004 à l'IAS, Princeton (USA), sur invitation de V. Voevodsky.

[Séj 2] **A. Laghribi**. 2003 et 2004 : Séjour de recherches à l'Universität Bielefeld soutenu par la bourse *Alexander von Humboldt*, puis par une bourse du réseau Européen *Linear Algebraic groups, K-Theory and related structures.*

[Séj 3] **P. Lefèvre**. Octobre 2003 (Séville), une semaine, dans le cadre d'un projet *Picasso* – Juin 2004 (Séville), une semaine sur invitation.

[Séj 4] **A. Leroy**. Avril 2001 (Varsovie) – Juin 2003, deux semaines (Pologne), inviataion – Janvier 2004, deux semaines (Pologne), invitation.

[Séj 5] **D. Li**. Juin 2002 (Séville), une semaine, dans le cadre d'un projet *Picasso* – Janvier 2004 (Caracas, Venezuela), une semaine, dans le cadre de la soutenance de la thèse en co-tutelle de G. Padilla (Directeurs : M. Saralegui et D. Flores).

[Séj 6] **M. Saralegi-Aranguren**. 29 octobre au 2 novembre 2001 et 7–13 septembre 2002 (Bilbao), dans le cadre d'un projet *Picasso* – octobre 2003 (Bilbao), pour la thèse de J. I. Royo-Prieto – Janvier 2004 (Caracas, Venezuela), une semaine, dans le cadre de la soutenance de la thèse en co-tutelle de G. Padilla (Directeurs : M. Saralegui et D. Flores).

[Séj 7] **A. Treibich**. Mai 2002 (Uruguay et Argentine) – octobre 2003 (Uruguay et Argentine) – novembre 2004 (Uruguay et Argentine), un mois chaque fois pour la mise en place d'une convention cadre.

Invitations de chercheurs étrangers

[Invit 1] T.Y. Lam (Berkeley, USA), juin 2001 (**A. Leroy**).

[Invit 2] I. Panin (Saint-Pétersbourg, Russie), juin 2001, un mois (**N. Karpenko**).

[Invit 3] J.-M. Gracia-Bondía (San Pedro, Costa Rica), juin 2001 (**A. El Gradechi**).

[Invit 4] R. Aravire (Chili), juin 2003, un mois (**P. Mammone**).

[Invit 5] J. Matczuk (Varsovie, Pologne), juin 2003 (**A. Leroy**).

[Invit 6] D.S. Nagaraj (Chennai, Inde), 6 mai–6 juin 2003 (**A. El Mazouni**).

[Invit 7] S.K. Jain (Athens, Ohio, USA), novembre 2003 (**A. Leroy**).

[Invit 8] J. Matczuk (Varsovie, Pologne), 2004 (**A. Leroy**).

[Invit 9] K. Grosse-Erdmann (Hagen, Allemagne), février-juillet 2004 (**D. Li**).

[Invit 10] A. Pereyra (Montevideo, Uruguay), février-avril 2004 (**A. Treibich**).

[Invit 11] M. Souidi (Rabat, Maroc), mars-mai 2004 (**A. Leroy**).

[Invit 12] A. Merkurjev (Los Angeles, USA), juin 2004, deux semaines (**N. Karpenko**).

Organisation de Séminaires

[Sém 1] Séminaire d'Algèbre inter-universitaire (Lens, Mons, Louvain-la-Neuve), co-financé par le FNRS (**P Mammone**).

[Sém 2] Séminaire hebdomadaire d'Analyse Fonctionnelle, co-organisé par l'Université de Lille I et l'Université d'Artois. Années 2001–2004.

[Sém 3] Séminaire hebdomadaire de Physique Mathématique, co-organisé par l'Université de Lille I et l'Université d'Artois (**A. M. El Gradechi**). Années 2001–2004.

[Sém 4] Séminaire hebdomadaire de Topologie Algébrique co-organisé par l'Université de Lille I, l'Université d'Artois (**P. Lambrechts**, **S. Whitehouse** et **P. Ghienne**) et l'Université Catholique de Louvain-la-Neuve. Années 2001–2004.

Projets et Réseaux.

[Rés 1] Réseau "Network Modern Homotopy Theory" EEC-HPRN-CT-1999-0019, regroupant des Universités de Belgique, du Danemark, d'Espagne, de France et de Grande-Bretagne. Membres participants : **P. Lambrechts**, **S. Whitehouse** et **P. Ghienne**. Années 2001–2003.

[Rés 2] EU Research Training Network "Classical analysis, operator theory, geometry of Banach spaces, their interplay, and their applications", regroupant des universités d' Autriche, Espagne, France, Grande-Bretagne, Irlande, Israël, Pays-Bas, Russie, Suède. Membres participants : **P. Lefèvre** et **D. Li**. Années 2001–2004.

[Rés 3] RTN Network HPRN-CT-2002-00287 "Algebraic K-Theory, Linear Algebraic Groups and Related Structures". Membres participants : **J. Burési, N. Karpenko, A. Laghribi, P. Mammone**. Octobre 2002–octobre 2006.

[Rés 4] GDR 2101 Analyse Fonctionnelle et Harmonique. Participants du LML : **P. Lefèvre**, **D. Li**. Années 2000–2003.

[Rés 5] GDR 144 Structures géométriques et méthodes algébrico-topologiques (ex Séminaire Sud-Rhodanien de géométrie). Participant du LML : **A. M. El Gradechi**. Années 2001–2004.

[Rés 6] GDR 1100 Topologie Algébrique. Participants du LML : **P. Lambrechts** , **S. Whitehouse**, **M. Saralegi-Aranguren** et **P. Ghienne**. Années 2001–2004.

[Rés 7] GDR 2432 Algèbre non commutative et théorie des invariants en théorie des représentations. Participant du LML : **A. Leroy**. Années 2002–2006.

[Rés 8] GDR 2753 Analyse Fonctionnelle et Harmonique et Applications. Participants du LML : **P. Lefèvre**, **D. Li**. Années 2004–2007.

[Rés 9] Action CNRS Grices "Catégorie de Lusternik-Schnirelmann" avec l'Université de Braga, Portugal. Participant du LML: **P. Ghienne**. Année 2003–2004.

[Rés 10] Projet Picasso avec l'Universidad de Sevilla, l'Université Besançon, l'Université de Lille 1, et l'Université Paris VI. Responsable français : **P. Lefèvre**. Années 2002 et 2003.

[Rés 11] Projet Picasso avec l'Universidad del País Vasco - Euskal Herriko Unibertsitatea, l'Universidad de Santiago et l'Universidad Politécnica de Catalunya : "Singularités dans les feuilletages et dans les structures de Poisson". Responsable franąis : **A. M. El Gradechi**, **P. Lambrechts**, **M. Saralegi-Aranguren**. Années 2001 et 2002.

[Rés 12] Projet de recherche UPV-EHU 127.310-E-14790/2002 de l'Universidad del País Vasco - Euskal Herriko Unibertsitatea : "Sistemas dinámicos : laminaciones por grafos y mosaicos, foliaciones riemannianas y acciones simplécticas". Responsable français: **M. Saralegi-Aranguren**. Années 2003 et 2004.

[Rés 13] Projet du Ministerio de Ciencias y Tecnología (Espagne). "Dinámica topológica, teoría ergódica y geometría no conmutativa de laminaciones y sistémas dinámicos". Membre participant **M. Saralegi-Aranguren**. Année 2003.

[Rés 14] Projet ECOS-Nord V00M01 avec l'Universidad Central de Venezuela : "Cohomologie des actions du cercle sur des pseudovariétés stratifiées." Responsable français: **M. Saralegi-Aranguren**. Années 2001–2004.

Math. Reviews, Zentralblatt für Math.

[Rec 1] Recenseurs pour Zentralblatt für Math. : **P. Lefèvre**, **D. Li**.

Prix, distinctions

[Dist 1] **A. M. El Gradechi**. Prime d'encadrement doctoral et de recherche : 1998–2002.

[Dist 2] **A. M. El Gradechi**. Délégation CNRS au CPT/CNRS. Université d'Aix-Marseille II (2001/2002).

[Dist 3] **N. Karpenko**. Prime d'encadrement doctoral et de recherche depuis Sept. 2000.

[Dist 4] **N. Karpenko**. Membre junior de l'Institut Universitaire de France depuis Sept. 2003.

[Dist 5] **P. Lefèvre**. Prime d'encadrement doctoral et de recherche : 2003–2006.

[Dist 6] **D. Li**. Prime d'encadrement doctoral et de recherche : 1991-1995, 1996-2000, 2000-2004.

[Dist 7] **M. Saralegi-Aranguren**. Prime d'encadrement doctoral et de recherche : 1999–2003.

Participation à des jurys de thèse et HDR

[Jury 1] **N. Karpenko**. A. Laghribi (HDR). Lens, mars 2001.

[Jury 2] **N. Karpenko**. J.-P. Bonnet (doctorat). Lille, octobre 2003.

[Jury 3] **N. Karpenko**. G. Berhuy (HDR). Lens, septembre 2004.

[Jury 4] **P. Lefèvre**. E. Ed-dari. Lens, 31 octobre 2003.

[Jury 5] **A. Leroy**. A. Laghribi (HDR). Lens, mars 2001.

[Jury 6] **A. Leroy** (*Rapporteur*). M. Gutan (HDR). Clermont-Ferrand, décembre 2003.

[Jury 7] **A. Leroy**. I.D. Muchtadi-Alamsyah. Amiens, avril 2004.

[Jury 8] **D. Li**. F. Bayart. Lille 1, 6 décembre 2002.

[Jury 9] **D. Li**. E. Ed-dari. Lens, 31 octobre 2003.

[Jury 10] **D. Li**. B. Pruvost. Lille 1, 14 novembre 2003.

[Jury 11] **D. Li**. G. Padilla. Caracas (Venezuela), 19 janvier 2004.

[Jury 12] **P. Mammone**. A. Laghribi (HDR). Lens, mars 2001.

[Jury 13] **P. Mammone**. M.A. Elomary (doctorat). Louvain-la-Neuve (Belgique), 2001.

[Jury 14] **P. Mammone**. A. Ozturk (doctorat). Mons (Belgique), mai 2003.

[Jury 15] **P. Mammone**. J.-P. Bonnet (doctorat). Lille 1, novembre 2003.

[Jury 16] **P. Mammone**. G. Berhuy (HDR). Lens. Septembre 2004.

[Jury 17] **M. Saralegi-Aranguren**. P. Lambrechts (HDR). Janvier 2001.

[Jury 18] **M. Saralegi-Aranguren**. M. C. Costoya-Ramos (doctorat). Lille. Janvier 2003.

[Jury 19] **M. Saralegi-Aranguren**. J. I. Royo-Prieto (docotorat). Bilbao (Espagne). Octobre 2003.

[Jury 20] **M. Saralegi-Aranguren**. G. Padilla. Caracas (Venezuela), 19 janvier 2004.

[Jury 21] **M. Saralegi-Aranguren**. A. Larcanché (doctorat). Lille. Décembre 2004.

II.3. Déclaration de politique scientifique pour la période 2006–2009

II.3.1. Politique générale

Nous demandons le renouvellement de notre reconnaissance comme Equipe d'Accueil. Nous demandons aussi une évaluation par le CNRS, dans le but d'obtenir une reconnaissance comme équipe FRE.

Faute de temps, nous n'avons pu mettre en place, avec les Universités de Lille 1, du Littoral, et du Hainaut-Cambrésis, la demande de Fédération CNRS (FR), mais nous espérons pouvoir la mettre au point dans le cadre du Contrat Quadriennal 2006–2009.

En ce qui concerne l'évolution des effectifs du Laboratoire, nous ne pouvons espérer, vu la baisse du nombre d'étudiants, de créations de postes. Un de nos PRAG devrait partir en retraite en 2006 ; nous espérons pouvoir obtenir la transformation de ce poste en celui de Maître de Conférences.

Une possibilité pour augmenter la taille du Laboratoire pourrait être d'obtenir des postes de post-doc, ainsi que l'affectation au LML de chercheurs CNRS, dans l'une de nos thématiques.

Nous souhaitons continuer à organiser des rencontres nationales et internationales à Lens, et même à en accroître le nombre.

Dans le même ordre d'idée, une demande de PPF (concernant l'ensemble des laboratoires de Mathématiques du Nord–Pas-de-Calais) doit être faite pour financer l'organisation de semestres thématiques.

Nous souhaitons pouvoir augmenter le nombre d'invitations de chercheurs étrangers ou nationaux.

Nous demandons au Ministère un financement annuel de 21 500 euros de fonctionnement, plus 8 500 euros d'équipement, et 1 000 euros de vacations. Par rapport au contrat actuel (15 500 euros+ 7 000 euros)), l'augmentation demandée des crédits de fonctionnement est justifiée, malgré la subvention IUF de N. Karpenko, par l'arrêt en 2004 de la subvention versée par notre Université (3 000 euros en 2002 et 5 500 euros en 2003). De plus, l'organisation de nos colloques avait bénéficié par le passé de subventions non négligeables des Collectivités Territoriales, du MEN et du CNRS. Cette année, ces dernières subventions n'ont pu être obtenues. Ce peut être circonstanciel, mais nous ne pouvons pas avoir de certitudes sur ces subventions quant à l'avenir. D'autre part, notre BU nous a informé qu'elle demanderait aux laboratoires scientifiques de l'Université d'Artois, suite à l'augmentation très importante des tarifs, une participation annuelle de l'ordre de 2 000 euros pour l'accès électronique aux revues.

Nous demandons également au MEN un financement de 8 500 euros pour l'équipement. C'est essentiellement la somme (7 000 euros) que nous avions au précédent contrat. Nous avons en projet l'achat d'une photocopieuse de bonne qualité (nous utilisions par le passé celles de l'UFR ou de l'Université, mais celles-ci nous facturent maintenant les travaux demandés). Nous voudrions aussi acheter une imprimante laser couleur à mettre en réseau, ainsi que de petites imprimantes pour chaque bureau. En dehors du renouvellement des ordinateurs hors d'usage ou trop anciens (certains datent de 1997 ou 1998), nous souhaitons équiper tous nos ordinateurs d'écrans plats. Nous avons aussi encore des besoins en mobilier.

Nous demandons 1 000 euros pour des vacations, afin de payer certains des conférenciers invités à nos manifestations scientifiques.

Nous demandons 3 000 euros de fonctionnement au CNRS, en complément de ce qui est demandé au MEN. Cette somme pourrait entre autres servir à financer la venue de visiteurs. Les 2 000 euros demandés en opérations scientifiques permettraient d'acheter progressivement des années anciennes des revues présentes à Lens. Les collections présentes à Lens de ces dernières (à part Forum Math. et Glasgow Math. J. dont notre Laboratoire avait acheté les anciennes années il y a 4 ans), ne débutent qu'en 1997 ou en 2001. Dans le cadre d'un partenariat régional, il serait bon que nous puissions offrir un plus large fonds de nos revues. Cette somme pourrait servir de complément à une demande qui serait faite par notre BU au CNL (Centre National du Livre).

II.3.2. Note de synthèse sur les projets scientifiques

A. Equipe d'Algèbre

A. a. Formes quadratiques

R. Elman, N. Karpenko et A. Merkurjev ont en projet la rédaction d'un livre sur les résultats récents dans la théorie des formes quadratiques obtenus à l'aide de moyens de la Géométrie Algébrique. D'autre part, N. Karpenko compte travailler sur les questions suivantes :

1) Pour chaque nombre impair n à partir de 11, construire un corps dont le u-invariant est égal à n.

2) Trouver un moyen de déterminer la dimension canonique d'une forme quadratique donnée.

3) Démontrer la conjecture de A. Vishik sur les connections excellentes dans le motif d'une quadrique.

4) Déterminer les schémas de déploiement possibles pour les formes quadratiques d'une dimension fixe quelconque.

A. Laghribi et Detlev W. Hoffmann ont en projet la rédaction d'un livre sur le thème "La théorie des corps de fonctions de quadriques en caractéristique 2". Ceci aura pour but d'exposer les récents développements qui ont été apportés à la théorie des corps de fonctions en caractéristique 2. D'autre part, A. Laghribi et P. Mammone comptent travailler sur les questions suivantes :

1) Soient F un corps de caractéristique 2 et K une extension multiquadratique purement inséparable de F. Est-il vrai que l'extension K/F est excellente, *i.e.* pour toute forme quadratique ϕ sur F, la partie anisotrope de $\phi \otimes K$ est définie sur F ?

2) Répondre à l'isotropie d'une forme quadratique de dimension 8 sur le corps de fonctions d'une quadrique en caractéristique 2.

3) Soit ϕ une forme quadratique totalement singulière anisotrope de dimension $2^n + 1$ et qui devient isotrope sur le corps de fonctions d'une autre forme

ψ totalement singulière de dimension $> 2^n$. Est-il vrai que ψ devient isotrope sur $F(\phi)$?

4) Soit ϕ une forme quadratique anisotrope sur F de caractéristique 2 telle que la partie anisotrope de $\phi \otimes F(\phi)$ soit définie sur F et que $\dim \phi > 2r$ où r est la dimension du radical de ϕ. Est-il vrai que ϕ est une voisine de Pfister lorsque $r \geqslant 5$?

5) Continuer à comprendre le groupe de Witt non ramifié du corps de fonctions d'une quadrique, et ce suite au récent travail d'Ahmed Laghribi et Bruno Kahn sur la descente des formes quadratiques.

6) Soit F un corps de caractéristique 2 dont le u-invariant est $2n$, *i.e.* la dimension maximale des formes nonsingulières anisotropes. Est-il vrai que toute forme nonsingulière anisotrope représente tout scalaire de F^* ?

7) Développer la théorie de déploiement des formes bilinéaires en caractéristique 2.

8) Etudier en degré 8 l'isotropie des involutions et paires quadratiques sur le corps de fonctions des quadriques en caractéristique 2.

J. Burési envisage d'abord de terminer le travail en cours avec J.-C. Douai sur la cohomologie en degré 2 non abélienne, puis de poursuivre activement sa collaboration avec B. Calmès en vue de l'étude d'une théorie générale des groupes de Witt.

A. b. Algèbre non commutative

Un thème de recherche semble prendre corps : l'étude de propriétés telles que "semi-commutativité, duo, 2-primal,..." pour certains types d'extensions d'anneaux tels que "*corner rings*, extension de Ore,...". En particulier, suite aux récents progrès qui ont été faits dans le domaine des extensions de Ore qui sont des anneaux duos, A. Leroy s'intéresse en ce moment à la quasi dualité de ce type d'extensions.

Pour les fonctions symétriques non commutatives, un nouveau point de vue sur les travaux de Gelfand, Wilson,... est susceptible d'apporter des réponses à quelques questions encore ouvertes en ce moment. Il permet en tout cas dès à présent, d'éviter l'utilisation des quasi-déterminants. Ce travail est développé en ce moment par A. Leroy avec son étudiant en thèse Jonathan Delenclos.

Certaines questions relatives aux polynômes de Wedderburn sont encore en suspens ; c'est une deuxième direction que poursuit actuellement Jonathan Delenclos.

B. Equipe d'Analyse

Nous souhaitons poursuivre l'étude des ensembles minces, en maintenant notre active collaboration avec Lille et Séville. Les opérateurs de composition, bien qu'ils soient déjà l'objet d'un très grand nombre de travaux, offrent encore un champ très vaste d'investigation, que nous nous proposons d'étudier. Peu d'études ont été faites sur les opérateurs de composition à valeurs vectorielles ; ce sera l'objet de la thèse d'E. Lavergne. Nous souhaitons aussi profiter de l'affectation dans la région comme Chargée de Recherches de S. Grivaux pour contribuer au problème de l'hypercyclicité. Le séjour que K. Grosse-Erdmann a fait au LML devrait permettre d'envisager une collaboration active sur cette thématique.

Par ailleurs, les travaux en cours de F. Derrien sont tout-à-fait prometteurs, et seront poursuivis activement.

C. Equipe de Géométrie

C. a. Géométrie Algébrique

Dans la suite des sujets traités dans [T 5] et [T 8] nous pensons aborder les sujets suivants :

1) Etude des solutions matricielles de KdV discret, $1D$ Toda et KdV, et leurs courbes spectrales.

2) Etude des courbes spectrales associées aux solutions de KdV doublement périodiques par rapport au $(2d+1)$-ième flot de KP.

3) Etude des systèmes intégrables satisfaits par les pôles des solutions d.p. de KP et KdV.

4) Etude des représentations des algèbres de Sklyanin et les "*vacuum curves*," courbes projectives associées aux solutions de l'équation de Yang-Baxter dynamique.

Dans le cadre des points infiniment voisins, nous nous intéressons au wronskien W_d, d étant un entier, qui est l'équation différentielle des courbes de degré d du plan projectif. A W_d on associe une dérivation D dont le corps $ker(D)$ est identique au corps des fractions rationnnelles, invariantes sous $PGL(3)$, sur l'espace (projectif) des courbes de degré d de $\mathbb{P}^2$: en effet, c'est le corps des fonction rationnelles $PGL(3)$-invariantes sur l'espace des courbes pointées de degré d (celui-ci étant birationnellement équivalent à la variété des points infiniment voisins d'ordre $n = 1/2d(d+3)$ pour la correspondance d'incidence) qui sont indépendantes du point marqué. G. Halphen traîte le cas $d = 3$. Nous espérons étendre ses méthodes au cas $d = 4$.

C. b. Physique Mathématique

Nous essayons d'étendre l'approche adoptée dans [S 4] aux groupes de Lie de rang supérieur à 1.

C. c. Topologie Algébrique

Nous souhaitons continuer l'étude de la question suivante : savoir si la catégorie de Lusternik-Schnirelmann d'un espace fini est générique. La complexité de structure du genre des espaces abordés dans [Prép 4] pourrait éventuellement s'avérer source de contre-exemples. Nous comptons également, dans la lignée de [Prép 5], utiliser des outils classiques de topologie algébrique (fibrations à la Ganéa, invariants de Hopf et modèles rationnels associés) et les adapter à l'étude de la notion de complexité topologique.

Une des vieilles questions qui n'a pas été résolue dans le cadre des espaces stratifiés est celle de définir l'homotopie d'intersection à la manière de l'homologie d'intersection. Des approches directes ne sont pas satisfaisantes. Nous pensons qu'avec les modèles minimaux pervers de [T 9] nous serons capables d'introduire une bonne notion d'homotopie d'intersection à coefficients réels.

Nous allons commencer l'étude de la *BIC* dans le cadre des feuilletages riemanniens singuliers non linéaires. La situation est bien plus complexe que dans le cas linéaire de [S 18] et [Prép 11] car les feuilletages sont définis semi-localement par des faisceaux non fins. Nous pensons étudier dans un premier temps la finitude et la Dualité de Poincaré.

L'étude des actions du cercle du point de vue pervers effectuée dans [S 16] soulève la question des actions de groupes de Lie compacts. Nous envisageons dans un premier temps deux questions différentes. Tout d'abord, les actions des tores. Ici, c'est la complexité géométrique qui sera accentuée du fait que la stratification associée à l'action aura une plus grande profondeur (une pour les actions du cercle). Dans un deuxième temps, nous considérerons les actions de la sphère $\mathbb{S}^3$. Ici, c'est la complexité algébrique qui sera plus grande du fait de la non abéliennité du groupe ; par exemple, les formes d'Euler ne seront plus des cycles.